



Katedra matematiky
Fakulta stavební ČVUT v Praze

SBORNÍK

abstraktů

Studentské konference

a

Rektorysovy soutěže

3. prosince 2014

Praha

Vydavatel: Katedra matematiky, FSv ČVUT v Praze
Praha 2014

Editor: Stanislav Olivík

Podpořeno grantem SGS ČVUT, SVK 01/14/F1

Předmluva

Máte před sebou sborník abstraktů prací Studentské vědecké konference, v rámci které proběhl další ročník Rektorysovy soutěže prací studentů ČVUT v Praze se zaměřením na aplikovanou matematiku. Je přínosem, že vědecké konference se zúčastňuje také stále více studentů i z různých škol a fakult mimo ČVUT a prezentují velmi kvalitní mimosoutěžní práce.

Podíváme-li se podrobněji na jednotlivé příspěvky, zjistíme, že zaměření konference by mělo spíše nést název "aplikace matematiky", přesně v duchu toho, co učil Louis Paster: *neexistují čisté a aplikované vědy, existují pouze aplikace vědy*. Mezi příspěvky tak lze nalézt práce spadající do nejrůznějších oblastí aplikací matematiky, včetně úloh ze statiky či modelování nejrůznějších fyzikálních či chemických dějů. Podle oponentských posudků má většina prací vynikající úroveň a to spolu se šíří pokrytých témat, dle našeho názoru, dokládá oprávněnost stále vzrůstajícího hodnocení naší školy v mezinárodním srovnání.

Chtěli bychom tímto poděkovat především studentům a jejich školitelům, oponentům a všem, kteří se na organizaci konference podíleli. V neposlední řadě děkujeme těm, kteří na organizaci konference schválili grant *SVK 01/14/F1 Studentská vědecká konference a Rektorysova soutěž*, čímž celý podnik umožnili realizovat.

Další informace o Studentské vědecké konferenci a Rektorysově soutěži lze nalézt na stránkách katedry matematiky FSv ČVUT.

V Praze dne 3. 12. 2014

František Bubeník
Aleš Někvinďa
Martin Soukenka

Karel Rektorys

Prof. RNDr. Karel Rektorys, DrSc. (1923-2004) působil na ČVUT od roku 1954 do roku 2004, tedy celých 50 let. Stal se významnou osobností mezi vědci. Proslavil se zejména metodou časové diskretizace při řešení parciálních diferenciálních rovnic. Profesor Rektorys měl obrovskou autoritu i jako pedagog. Jeho přednášky se staly fenoménem. Jako vystudovaný matematik dokázal překlenout hranice matematiky a inženýrských oborů. Podílel se například na projektu stavby Orlické přehrady. Byl autorem řady publikací, *Variační metody v inženýrských problémech* a v problémech matematické fyziky, *Metoda časové diskretizace a parciální diferenciální rovnice*, *Co je a k čemu je vyšší matematika*, a byl vedoucím kolektivu autorů světoznámého *Přehledu užití matematiky*.



Obsah

Soutěžní příspěvky

Martin Doškář	9
<i>Wang tilings for real world material systems</i>	
Jan Havelka, Jan Sýkora	10
<i>Efektivní metody pro propagování nejistot v popisu proudění podzemní vody</i>	
Martin Horák	11
<i>Hybrid-Trefftz finite element method</i>	
Jonáš Chudý, Michal Beneš	12
<i>Počítačové zpracování obrazu pomocí degenerované difuze</i>	
Dejan Kirda	14
<i>Matematické modelovanie spaľovania vo fluidných kotloch</i>	
Lukáš Krupička	15
<i>Matematické modelování hydro-termálních procesů v betonu s vlivem mrznutí</i>	
Jan Legerský	16
<i>Hašovací funkce a kombinatorika na slovech</i>	
Karel Mikeš	17
<i>Modelování pružných materiálů pomocí kvazikontinua</i>	
Jakub Solovský	18
<i>Matematické modelování dvoufázového vícesložkového proudění v nenasyceném porézním prostředí</i>	
Jiří Šleis, Milan Krbálek	19
<i>Teorie balancovaných distribucí a její socio-fyzikální aplikace</i>	
Ondřej Tichý	20
<i>On Sparsity in Bayesian Blind Source Separation for Dynamic Medical Imaging</i>	
Marek Tyburec	22
<i>Rozšíření programu distmesh pro vícedimenzionální problémy</i>	
Jiří Vejrosta	23
<i>Matematické modelování difuzních procesů a numerická simulace v LiIon bateriích</i>	

Nesoutěžní příspěvky

Martin Bíza	29
<i>Rozšířená Fibonacciho posloupnost a stabilita bankovní soustavy ČR</i>	
Hana Horáková, Daniela Jarušková	30
<i>Detekce více změn ve středních hodnotách náhodných vektorů se dvěma a více složkami</i>	
Martin Isoz	31
<i>Simplified model of spreading rivulet of viscous liquid on an inclined wetted plate</i>	
Eliška Janouchová, Anna Kučerová, Jan Sýkora	33
<i>Identifikace pravděpodobnostního rozdělení parametrů v heterogenním materiálu</i>	
Lukáš Kotrla	34
<i>Funkce \sin_p v reálném i komplexním oboru</i>	
Iveta Looseová	35
<i>Fučíkovo spektrum nesymetrického diferenčního operátoru</i>	
Karel Mikeš, Jan Chleboun	36
<i>Identification of parameters in initial value problems for ordinary differential equations</i>	
Eva Myšáková, Matěj Lepš	37
<i>Adaptivně doplňovaný návrh experimentu pro konstrukci meta-modelu v hyperkulovém prostoru</i>	
Jitka Píšová	38
<i>Kvalitativní vlastnosti řešení Navierovy-Stokesovy rovnice v prostoru s periodickými oblastmi</i>	
Adéla Pospíšilová, Matěj Lepš	39
<i>Porovnání kritérií pro zpřesnění meta-modelu</i>	
Jan Špička, Barbora Vyskočilová	40
<i>Bayesovské metody v krigování</i>	

Soutěžní příspěvky

Wang tilings for real world material systems

Martin Doškár*

*Department of Mechanics FCE CTU, martin.doskar@fsv.cvut.cz

Abstract. In the contribution a compression of material microstructures by means of Wang tilings is presented. The approach can be understood as an extension to the widely utilized Statistically Equivalent Periodic Unit Cell approach to modelling of heterogeneous materials. Substituting a single cell with multiple tiles in microstructure compression reduces spurious artefact arising from the repetitive nature of the periodic approach. Moreover, the Wang tiles allow for stochastic realizations of the compressed microstructure. The concept of Wang tiles is presented first and the strictly aperiodic and stochastic tilings are compared from the viewpoint of Materials Engineering. The first of two major parts of the work that follows is dedicated to the automatic tile morphology design based on the idea of fusing samples of the reference microstructure. Alternative fusion methods to the original Image Quilting algorithm are proposed and their capabilities assessed. With respect to the intended reduction of long-range order artefacts in the reconstructed microstructure a tile patch enhancement is introduced. A sensitivity analysis of the input parameters of the automatic design is performed in order to preserve major features of the compressed microstructure. The proximity of reference and reconstructed systems is quantified by means of spatial statistics, namely the two-point probability function and the two-point cluster function. The second major part of the work presents an application of the tiling concept in homogenization procedures, namely homogenization of elastic parameters of Alporas[®] aluminium foam. First order homogenization based on the Macroscopic Degrees of Freedom is formulated for the beam model. Making use of the sensitivity analysis outputs, the microstructure of the foam is compressed within a set of Wang tiles. The microstructure is then modelled with a mesh consisting of beam elements defined on each tile. Employing the stochastic tiling algorithm a number of computational models of increasing size is efficiently generated and bounds to the apparent material properties are computed. The effect of the wired model geometry on the homogenized properties is discussed with respect to the results of other papers.

Acknowledgement. The financial support by the Czech Science Foundation, through the project No. 13-24027S, and the Grant Agency of the Czech Technical University in Prague, grant No. SGS 14/028/OHK1/1T/11, is gratefully acknowledged.

References:

- [1] Wang, H.: *Proving Theorems by Pattern Recognition – II*. Bell Syst. Tech. J. 40, 1961.
- [2] Cohen, M., Shade, J., Hiller, S., Deussen, O.: *Wang tiles for image and texture generation*. ACM Trans. Graph. 22, 2003.

Efektivní metody pro propagování nejistot v popisu proudění podzemní vody

Jan Havelka*, Jan Sýkora[‡]

*Katedra mechaniky FSv ČVUT, jan.havelka.1@fsv.cvut.cz

[‡]Katedra mechaniky FSv ČVUT, jan.sykora.1@fsv.cvut.cz

Abstrakt. Numerické modelování je stále rozsáhlejší přístup k řešení inženýrských úloh. Pokrok výpočetní techniky umožňuje řešit i mnohem složitější modely a získat tak více informací o chování systému v určitých podmínkách. Jednou z takovýchto úloh může být rozšíření modelu o náhodnost, která může mít například původ v nedostatku nebo nepřesnosti měření vstupní veličiny. Cílem předložené práce je algoritmické zpracování a porovnání dnes používaných metod pro řešení parciálních diferenciálních rovnic s nejistými vstupními parametry v popisu proudění podzemní vody.

Poděkování. Tato práce vznikla za podpory projektu Grantové agentury ČR č. P105/12/1146 (Metody paralelizace inženýrských úloh využívající cenově dostupné technologie) a P105/12/0331 (Efektivní řešiče transportních procesů v saturovaném a nesaturovaném porézním prostředí).

Literatura:

- [1] Xiu, D.: *Numerical methods for stochastic computations: a spectral method approach*. Princeton University Press, ISBN: 978-0-691-14212-8, 2010.
- [2] Ghanem, R. and Spanos, D.: *Stochastic Finite Elements: A Spectral Approach*, Springer New York, ISBN: 978-1-4612-7795-8, 1991.
- [3] Keese, A.: *Numerical solution of systems with stochastic uncertainties. A general purpose framework for stochastic finite elements*, Department of Mathematics and Computer Science, TU Braunschweig, 2003.
- [4] Kučerová, A., Sýkora, J. and Zeman, J.: *Stochastic modelling of heterogeneous materials based on image analysis*, In Proceedings of the 20th International Conference Engineering Mechanics, 2014.
- [5] Saad, Y.: *Iterative Methods for Sparse Linear Equations*, PWS Publishing Company, 1996.
- [6] Gilbert, J. R., Moler, C. and Schreiber, R.: *Sparse Matrices in MATLAB: Design and Implementation*, SIAM J. Matrix Anal. Appl., 1992.

Hybrid-Trefftz finite element method

Martin Horák*

*Katedra mechaniky FSV ČVUT, martin.horak@fsv.cvut.cz

Abstrakt. In this contribution, plane elasticity Hybrid-Trefftz finite element method, based on the concept firstly introduced in [1], is described and its two extensions are introduced. The main advantages of Hybrid Trefftz method to conventional Finite Element Method are

- Integration over element boundaries only, which enables construction of elements of arbitrary, even non-convex or not simply connected, shapes. This property is used in formulation of IGAT, i.e. Iso-geometric formulation of the Trefftz method.
- Possible use of subscale solutions for problems containing cracks or another singularities. Based on this fact, Micromechanics-enhanced Trefftz method (MET) is developed, see [1].

Poděkování. This outcome has been achieved with the financial support of the Czech Science Foundation under project no. 13-22230S.

Literatura:

- [1] Trefftz, Erich. *Ein gegenstück zum ritzschen verfahren*. Proc. 2nd Int. Cong. Appl. Mech. Zurich, 1926 (1926): 131-137.
- [2] Novák, J., et al. *A micromechanics-enhanced finite element formulation for modelling heterogeneous materials*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 201 (2012): 53-64.

Počítačové zpracování obrazu pomocí degenerované difuze

Jonáš Chudý*, Michal Beneš‡

*Katedra matematiky FJFI ČVUT, jonas.chudy@email.cz

‡Katedra matematiky FJFI ČVUT, benesmic@kmlinux.fjfi.cvut.cz

Abstrakt. Práce je zaměřena na metody zpracování obrazu založené na využití parciálních diferenciálních rovnic parabolického typu. Tyto rovnice jsou řešeny numericky, konkrétně pomocí metody přímek, metody konečných objemů a Rungeovy-Kuttovy metody. Výsledné řešiče jsou aplikovány na reálná medicínská data pocházející z MRI srdce za účelem jejich předzpracování a segmentace.

K odstranění šumu je použita Peronova-Malikova rovnice se vstupním obrazem I_0 jako počáteční podmínkou a funkcí $g(s) = \frac{1}{1+\lambda s^2}$ jako hranovým detektorem

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial t} &= \nabla \cdot (g(|\nabla G_\sigma * u|)\nabla u) && \text{na } \Omega \times (0, T) \\ \frac{\partial u(\mathbf{x}, t)}{\partial n} &= 0 && \text{na } \partial\Omega \times (0, T) \\ u(\mathbf{x}, 0) &= I_0 && \text{na } \Omega,\end{aligned}$$

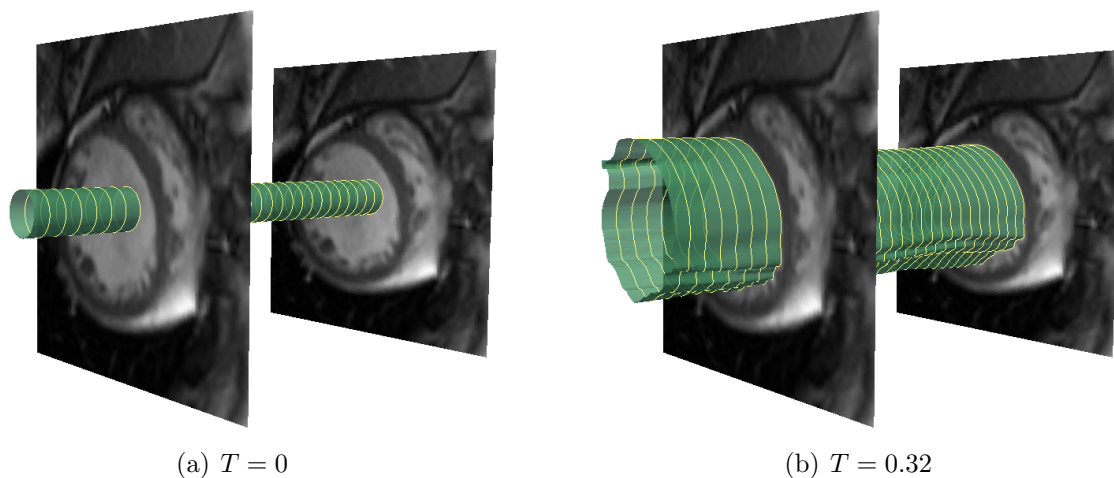
kteřá je regularizována pomocí konvoluce s Gaussovým jádrem G .

Následná segmentace probíhá na třírozměrných obrazových datech (2D+T) pomocí vrstevnicové metody založené na reprezentaci segmentační plochy jako nulové vrstevnice vícedimenzionální funkce. Základem je řešení modifikované vrstevnicové rovnice v advektivně difuzním tvaru

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial t} &= g(I_0)|\nabla u|_\epsilon \operatorname{div} \left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|_\epsilon} \right) + A \nabla g(I_0) \cdot \nabla u - g(I_0)|\nabla u|_\epsilon F && \text{na } \Omega \times (0, T) \\ \frac{\partial u(\mathbf{x}, t)}{\partial n} &= 0 && \text{na } \partial\Omega \times (0, T) \\ u(\mathbf{x}, 0) &= u_0 && \text{na } \Omega.\end{aligned}$$

Tato úloha je regularizována pomocí parametru ϵ a závisí dále na konstantách A, F , které určují vliv advekce a vnějších sil.

Dále se práce zabývá přidáním informace o gradientní orientaci hran do hranového detektoru, který se vyskytuje v modifikované verzi řešené vrstevnicové rovnice.



Obrázek 1: Vývoj segmentační plochy (zeleně) při segmentaci (2D+T) medicínských dat pomocí vrstevnicové metody

Literatura:

- [1] M. Beneš, R. Chabiniok, R. Máca, J. Tintěra, *Segmentation of MRI data by means of nonlinear diffusion*, *Kybernetika*, Volume 49 no. 2, 301-318, (2013)
- [2] K. Mikula, *Numerical solution, analysis and application of geometrical nonlinear diffusion equations*, Edition of Scientific Publications, No. 34, Vydavatelství STU (2006)
- [3] J. Sethian, *Level Set Methods*, Cambridge University Press (1996)
- [4] X. Qin, Y. Liu, H. Lu, X. Li, P. Yan *Coupled Directional Level Set for MR Image Segmentation*, 11th International Conference on Machine Learning and Applications, IEEE, 2012
- [5] G. Zhu, S. Zhang, Q. Zeng, C. Wang, *Directional geodesic active contour for image segmentation*, *Journal of Electronic Imaging*, Vol. 16(3), 2007

Matematické modelovanie spaľovania vo fluidných kotloch

Dejan Kirda*

*Katedra matematiky FJFI ČVUT, kirdadej@fjfi.cvut.cz

Abstrakt. Fluidizácia je fyzikálny jav, pri ktorom sa vďaka kontaktu s prúdiacim vzduchom správajú pevné častice ako tekutina. Prúdiaca zmes vzduchu a častíc sa potom nazýva fluidné lôžko. Práca sa zaoberá matematickým modelovaním dvojfázového prúdenia vzduchu a častíc. Matematický model je tvorený dvoma sadami Navierových–Stokesových rovníc, doplnenými o rovnice continuity a stavovú rovnicu ideálneho plynu. Výsledná sústava parciálnych diferenciálnych rovníc je priestorovo diskretizovaná pomocou metódy konečných objemov a vzniknutá sústava obyčajných diferenciálnych rovníc sa rieši explicitne Eulerovou metódou. Práca obsahuje výsledky numerických simulácií a ich porovnanie pre rôzne okrajové podmienky a hodnoty parametrov.

Literatúra:

- [1] Anderson J. D., *Computational Fluid Dynamics: The Basics with Applications*. McGraw-Hill Book Company, 1995.
- [2] Basu P., Kefa C., Jestin L., *Boilers and Burners: Design and Theory*. Springer-Verlag, 2000.
- [3] Gidaspow D., *Multiphase Flow and Fluidization: Continuum and Kinetic Theory Descriptions*. Academic Press, 1994.

Matematické modelování hydro-termálních procesů v betonu s vlivem mrznutí

Lukáš Krupička*

*Katedra matematiky FSv ČVUT, lukas.krupicka@fsv.cvut.cz

Abstrakt. Tento příspěvek se zabývá matematickým modelem pro popis sdruženého transportu vlhkosti a tepla v betonu se zahrnutím vlivu mrznutí. Jedná se o soustavu nelineárních evolučních diferenciálních rovnic s neznámým rozložením vlhkosti a teploty. Numerické řešení je založeno na časové diskretizaci, která vede na soustavu stacionárních nelineárních rovnic. Tato soustava je řešena metodou konečných prvků s lineární aproximací a Newtonovou metodou v každém časovém kroku. Na základě získaných výsledků můžeme posoudit, ve které části betonového průřezu může dojít k překročení meze pevnosti v tahu v důsledku mrznutí kapalné vody v pórech. V práci uvádíme jednodimenzionální a dvoudimenzionální ilustrativní příklad řešený v prostředí Matlab.

Poděkování. Tato práce byla podpořena grantem Studentské grantové soutěže ČVUT č. SGS14/001/OHK1/1T/11

Literatura:

- [1] Dall'Amico, M., Endrizzi, S., Gruber, S., and Rigon, R.: A robust and energy-conserving model of freezing variably-saturated soil. *The Cryosphere* **2** (2011), 469–484.
- [2] Hansson, K., Šimunek, J., and Mizoguchi, M.: Water flow and heat transport in frozen soil: numerical solution and freeze-thaw applications. *Vadose Zone Journal* **3** (2004), 693–704.
- [3] Liu, Z. and Yu, X.: Coupled thermo-hydro-mechanical model for porous materials under frost action: theory and implementation. *Acta Geotechnica* **6**, 51–65 (2011)
- [4] Mizoguchi, M.: Water, heat and salt transport in freezing soil. Ph.D. thesis. University of Tokyo (1990)
- [5] Van Genuchten, M.Th.: A closed form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soil, *Soil Sci. Soc. Am. J.* **44** (1980) 892–898.

Hašovací funkce a kombinatorika na slovech

Jan Legerský

Katedra matematiky FJFI ČVUT, legerjan@fjfi.cvut.cz

Abstrakt. Soutěžní práce pojednává o hašovacích funkcích, zejména pak o jejich odolnosti proti hledání druhého vzoru. Shrnuje známé útoky a popisuje obranu proti nim v podobě ditherování, kterou navrhl R. Rivest. Ke zkoumání kvality ditherovaných hašovacích funkcí jsou využity poznatky z kombinatoriky na slovech. Na jejich základě jsou navržena vhodná ditherační slova a popsáno jejich generování. K implementaci příkladu ditherované funkce je použita kompresní funkce MD5. Také je popsán útok ukazující nevhodnost xorování ditherační posloupnosti na vstup kompresní funkce.

Poděkování. Tato práce byla podpořena grantem Studentské grantové soutěže ČVUT č. SGS14/205/OHK4/3T/14.

Literatura:

- [1] Andreeva E., Bouillaguet Ch., Fouque P.-A., Hoch J. J., Kelsey J., Shamir A., Zimmer S., *Second preimage attacks on dithered hash functions*, Advances in Cryptology – EUROCRYPT 2008, Lecture Notes in Computer Science **4965** (2008), 270–288.
- [2] Balková L., *Nahlédnutí pod pokličku kombinatoriky na nekonečných slovech*, Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, ročník **56** číslo **1** (2011), 9–18.
- [3] Damgård I., *A design principle for hash functions*, Advances in Cryptology - CRYPTO 1989, Lecture Notes in Computer Science **435** (1989), 416–427.
- [4] Kelsey J., Schneier B., *Second preimages on n -bit hash functions for much less than 2^n work*, Advances in Cryptology – EUROCRYPT 2005, Lecture Notes in Computer Science **3494** (2005), 474–490.
- [5] Merkle R. C., *A certified digital signature*. In Advances in Cryptology - CRYPTO 1989, Lecture Notes in Computer Science **435** (1989), 218–238.
- [6] Rivest R. L., *Abelian square-free dithering for iterated hash functions*, presented at ECrypt Hash Function Workshop, June 21, 2005, Cracow, and at the Cryptographic Hash workshop, November 1, 2005, Gaithersburg, Maryland (August 2005)

Modelování pružných materiálů pomocí kvazikontinua

Karel Mikeš*

*Katedra mechaniky FSv ČVUT, karel.mikes.1@mat.fsv.cvut.cz

Abstrakt. Kvazikontinuální (QC) metoda je poměrně nový způsob modelování materiálů, který kombinuje přesný atomistický přístup se zjednodušením v podobě kontinua. Hlavní myšlenkou QC je snížit výpočetní nároky snížením počtu stupňů volnosti (SV) plně atomistického modelu. Za tímto účelem je ze všech atomů vybrána jen určitá podmnožina významných atomů, která reprezentuje celý systém. Tyto atomy se nazývají rep-atomy a jsou použity k aproximování SV ostatních atomů [1]. Tento postup byl původně navržen pro pravidelné atomistické mřížky, ale v této práci je použit na nepravidelné částicové struktury reprezentující homogenní materiál. Jsou představeny tři metody používající zjednodušený částicový model založená na myšlence QC. Metody jsou implementovány v programu OOFEM [2] a porovnány s plně částicovým modelem.

Poděkování. Tato práce byla podpořena grantem Studentské grantové soutěže ČVUT (SGS č. 14/029/OHK1/1T/11) a Grantové agentury české republiky (GAČR č. 3011403A132).

Literatura:

- [1] Miller, R. E. and Tadmor, E. B.: The quasicontinuum method: Overview, applications and current directions. *Journal of Computer-Aided Materials Design*. 2002, **9**, 203–239. ISSN 1573-4900.
- [2] Patzák, B.: OOFEM - an object-oriented simulation tool for advanced modeling of materials and structures. *Acta Polytechnica* 52, (2012) 59-66.

Matematické modelování dvoufázového vícesložkového proudění v nenasyceném porézním prostředí

Jakub Solovský*

* FJFI ČVUT, solovjak@fjfi.cvut.cz

Abstrakt. Práce pojednává o řešení úloh dvoufázového a dvoufázového kompozičního proudění. V této práci je popsána numerická metoda pro řešení tohoto typu úloh, která vychází ze smíšené hybridní metody konečných prvků. Metoda je testována na jedno-rozměrných úlohách a výsledky jsou porovnávány s přesnými řešeními. Numerické experimenty ukazují, že řešení konverguje a řád metody je o něco menší než jedna. Dále je metoda použita pro řešení úloh kompozičního proudění, kde je navíc zkoumána efektivita sekvenčního řešiče oproti řešiči s jednou soustavou rovnic. Ukazuje se, že řešení se liší jen velice málo a sekvenční řešič je výrazně rychlejší.

Literatura:

- [1] P. Bastian. *Numerical Computation of Multiphase Flows in Porous Media*. Habilitation thesis, Kiel university, 2000.
- [2] F. Brezini and M. Fortin. *Mixed and Hybrid Finite Element Methods*. Springer-Verlag, 1991.
- [3] R. Helmig. *Multiphase Flow and Transport Processes in the Subsurface, A contribution to the Modelling of Hydrosystems*. 1997.

Teorie balancovaných distribucí a její socio-fyzikální aplikace

Jiří Šleis, Milan Krbálek

Katedra matematiky FJFI ČVUT, milan.krbalek@fjfi.cvut.cz

Abstrakt. Tento příspěvek poskytuje vhled do matematické teorie časových světlostí vozidel na řízených křižovatkách. Na základě pozorování reálné dopravy je navržena nová třída balancovaných distribucí a je formulováno několik teoreticky i empiricky získaných kritérií pro přijetí analytických rozdělení časových světlostí vozidel. Několik vybraných statistických rozdělení (běžně používaných k prokládání dopravních dat) je postupně konfrontováno s těmito kritérii. Mimo to je zde navržen původní dopravní model, jehož mikrostruktura odráží jak teoretické předpovědi, tak empirická pozorování naměřená mezi vozidly opouštějícími řízené křižovatky v některých českých metropolích.

Literatura:

- [1] Abdelwahab, W. M., Ehm, R., and Mah, M. An empirical study of vehicular headways in urban areas. *Canadian Journal of Civil Engineering*, **21** (4), 555–563, 1994.
- [2] Fouladvand, M. E., Sadjadi, Z., and Shaebani, M. R. Optimized traffic flow at a single intersection: traffic responsive signalization. *Journal of Physics A: Mathematical and General*, **37**, 561–576, 2004.
- [3] Krbálek, M. Equilibrium distributions in a thermodynamical traffic gas. *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*, **40**, 5813–5821, 2007.
- [4] Krbálek, M. Analytical derivation of time spectral rigidity for thermodynamic traffic gas. *Kybernetika*, **46**, 1108–1121, 2010.
- [5] Krbálek, M., and Šleis, J. Vehicular headways on signalized intersections: theory, models, and reality. *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*, accepted.
- [6] Scharf, R., and Izrailev, F. M. Dyson’s coulomb gas on a circle and intermediate eigenvalue statistics. *Journal of Physics A: Mathematical and General*, **23** (6), 963, 1990.

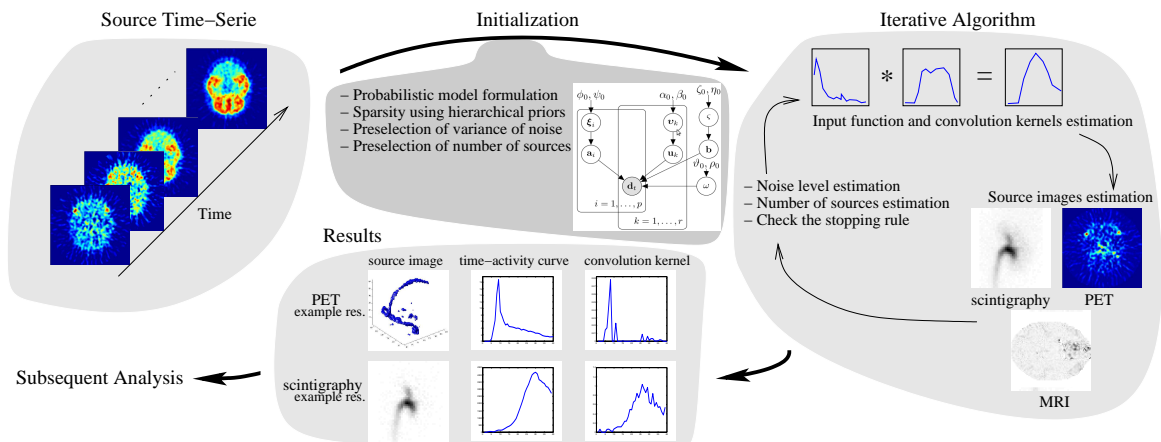
On Sparsity in Bayesian Blind Source Separation for Dynamic Medical Imaging

Ondřej Tichý* ‡

*Katedra matematiky, FJFI, ČVUT,

‡Ústav Teorie Informace a Automatizace, AV ČR, otichy@utia.cas.cz

Abstrakt. A common problem of imaging three-dimensional objects into image plane is superposition of projected structures. In medical imaging, it has been successfully fixed by tomography where it was minimized to partial volume effect in small individual voxels. The problem remains to be solved in dynamic planar imaging to separate overlapping structures and in dynamic tomography to reduce partial volume effect further. In a series of images recording distribution of radiopharmaceuticals and molecular probes with time, an obvious approach is to separate different overlapping structures using their specific dynamics [1]. Since the problem is ill-posed, many additional assumptions were proposed to achieve unique separation [2], [3]. We propose a probabilistic model for blind separation using convolution model [4], assuming each specific tissue dynamics as convolution of input function and specific tissue kernel (organ impulse response or retention function). The key assumptions of separability is that the tissue images and the convolution kernels are most likely sparse. These assumptions are formalized as a Bayesian model with hierarchical prior and solved by the Variational Bayes method. These general assumptions are shown to be relevant in analysis of dynamic image sequences in scintigraphy. We demonstrated that the method outperforms other methods for blind source separation with domain-specific assumptions in selected tasks in dynamic renal scintigraphy and dynamic positron emission tomography. MATLAB implementation of the algorithm is available for download from <http://www.utia.cz/S-BSS-vecDC>.



The scheme of the S-BSS-vecDC Method.

Poděkování. This work was supported by the Czech Science Foundation, grant No. 13-29225S.

Literatura:

- [1] Lawson, R.S., Application of mathematical methods in dynamic nuclear medicine studies, *Physics in medicine and biology*, vol. 44, pp. 57-98, (1999).
- [2] Šmídl, V. and Tichý, O., Automatic Regions of Interest in Factor Analysis for Dynamic Medical Imaging, in *2012 IEEE International Symposium on Biomedical Imaging (ISBI)*, IEEE (2012).
- [3] Chen, L., Choyke, P. L., Chan, T. H., Chi, C. Y., Wang, G., and Wang, Y., Tissue-specific compartmental analysis for dynamic contrast-enhanced mr imaging of complex tumors, *Medical Imaging, IEEE Transactions on*, 30(12), 2044-2058, (2011).
- [4] Tichý, O. and Šmídl, V., Bayesian Blind Separation and Deconvolution of Dynamic Image Sequences Using Sparsity Priors, *Medical Imaging, IEEE Transactions on*, (2014), (in print, doi:10.1109/TMI.2014.2352791).

Rozšíření programu `distmesh` pro vícedimenzionální problémy

Marek Tyburec[‡]

[‡]Katedra mechaniky FSv ČVUT, marek.tyburec@gmail.com

Abstrakt. Návrh experimentů (z anglického *DoE - Design of Experiments*) vychází z požadavku vhodného statistického zpracování dat tak, aby byly návrhové oblasti rovnoměrně pokryty a zpracovaná data tak reprezentovala celý návrhový prostor. Tato práce se zabývá návrhem experimentů v návrhovém prostoru hyperkoule. Pro nižší dimenze je dosahováno dobrých výsledných parametrů návrhu při využití programu `distmesh`, jehož časová náročnost roste exponenciálně v závislosti na počtu dimenzí. Výpočetně nejnáročnějším krokem je provedení Delaunayovy triangulace.

Cílem této práce je nahrazení Delaunayovy triangulace příhradovou konstrukcí složené ze spojení předem zadaného počtu nejbližších sousedních bodů a následné srovnání s metodami uvedenými v [Myšáková and Lepš, 2014]. Výsledkem je algoritmus dosahující podobných výsledků jako program `distmesh` s přibližně lineární závislostí na počtu dimenzí a možností počítat na stejném hardwaru několikanásobně větší počet dimenzí.

Literatura:

- [Dubourg, 2011] Dubourg, V. (2011). *Adaptive surrogate models for reliability analysis and reliability-based design optimization*. PhD thesis, Université Blaise Pascal, Clermont-Ferrand, France.
- [Janouchová and Kučerová, 2013] Janouchová, E. and Kučerová, A. (2013). Competitive comparison of optimal designs of experiments for sampling-based sensitivity analysis. *Computers & Structures*, 124:47–60.
- [Myšáková, 2014] Myšáková, E. (2014). Optimalizace uniformity počítačových návrhů pro omezené návrhové prostory. Master's thesis, ČVUT.
- [Myšáková and Lepš, 2014] Myšáková, E. and Lepš, M. (2014). Uniform space-filling design of experiments in hypersphere. *Nano and Macro Mechanics*.
- [Persson and Strang, 2004] Persson, P.-O. and Strang, G. (2004). A simple mesh generator in matlab. *SIAM review*, 46(2):329–345.

Matematické modelování difuzních procesů a numerická simulace v LiIon bateriích

Jiří Vejrosta*

*Katedra matematiky FJFI ČVUT, vejrosta.jiri@gmail.com.

Abstrakt. Práce je věnována matematickému modelování LiIon baterií pomocí parciálních diferenciálních rovnic parabolického typu. Práce se věnuje popisu elektrochemických procesů v bateriích. Velká pozornost je věnována numerickému řešení advekčně-difuzní a stacionární rovnice metodou konečných diferencí, pomocí níž se v poslední části realizují numerické simulace zjednodušeného matematického modelu.

Poděkování. Tímto bych rád poděkoval prof. Dr. Ing. Michalu Benešovi za vedení této práce, za jeho podnětné připomínky a odborné rady, bez nichž by nemohla vzniknout.

Práce vznikla v rámci projektu TAČR TA04021244 „Dynamické řízení lithium-iontových baterií v systémech hybridních elektrických pohonů“.

Literatura:

- [1] A. ACRIVOS, P. L. CHAMBRÉ, Laminar Boundary Layer Flows with Surface Reactions, *Industrial & Engineering Chemistry*, Vol. 49, No. 6 (June 1957)
- [2] I. BABUŠKA, M. PRÁGER, E. VITÁSEK, Numerical Processes in Differential Equations, *John Wiley and Sons Ltd.*, Londýn (1966)
- [3] J. BLANK, P. EXNER, M. HAVLÍČEK, Lineární operátory v kvantové fyzice, *Karolinum*, Praha (1993)
- [4] L. CAI, R. E. WHITE, Mathematical Modeling of a Lithium Ion Battery with Thermal Effects in COMSOL Inc. Multiphysics Software, *Journal of Power Sources*, Vol. 196 (2011)
- [5] J. CRANK, The Mathematics of Diffusion, *Clarendon Press*, Oxford (1975)
- [6] J. T. DAY, On The Numerical Solution of Linear Volterra Integral Equations, *BIT Numerical Mathematics*, Vol. 7, Issue 1 (March 1967)
- [7] J. T. DAY, On The Numerical Solution of Volterra Integral Equations, *BIT Numerical Mathematics*, Vol. 8, Issue 2 (June 1968)
- [8] R. DARLING, J. NEWMAN, Modeling a Porous Intercalation Electrode with Two Characteristic Particle Sizes, *Journal of the Electrochemical Society*, Vol. 144, No. 12 (December 1997)

- [9] C. M. DOYLE, Design and Simulation of Lithium Rechargeable Batteries, *Lawrence Berkeley Laboratory, University of California*, Ph.D. Thesis (August 1995)
- [10] C. M. DOYLE, T. F. FULLER, J. NEWMAN, Modeling of Galvanostatics Charge and Discharge of the Lithium/Polymer/Insertion Cell, *Journal of the Electrochemical Society*, Vol. 140, No. 6 (June 1993)
- [11] C. M. DOYLE, T. F. FULLER, J. NEWMAN, Simulation and Optimization of the Dual Lithium Ion Insertion Cell, *Journal of the Electrochemical Society*, Vol. 141, No. 1 (January 1994)
- [12] C. M. DOYLE, T. F. FULLER, J. NEWMAN, Relaxation Phenomena in Lithium-Ion-insertion Cells, *Journal of the Electrochemical Society*, Vol. 141, No. 4 (April 1993)
- [13] C. M. DOYLE, J. NEWMAN, Comparison of Modeling Predictions with Experimental Data from Plastic Lithium Ion Cells, *Journal of the Electrochemical Society*, Vol. 143, No. 6 (June 1996)
- [14] G. DZIUK, Convergence of a semi-discrete scheme for the curve shortening flow, *Mathematical Models and Methods in Applied Sciences 4*, No. 4 (1994), 589–606
- [15] C. HIRSCH, Numerical Computation of Internal and External Flows, *John Wiley and Sons Ltd.*, Londýn (1990)
- [16] M. R. JONGERDEN, B. R. HAVERKORT, Battery Modeling, *Centre for Telematics and Information Technology, University of Twente* (2008)
- [17] J. KVASNICA, Termodynamika, *Státní nakladatelství technické literatury*, Praha (1965)
- [18] J. C. O'NEILL, G. D. BYRNE, A Starting Method for The Numerical Solution of Volterra's Integral Equation of The Second Kind, *BIT Numerical Mathematics*, Vol. 8, Issue 1 (March 1968)
- [19] J. NEWMAN, T. W. CHAPMAN, Restricted Diffusion in Binary Solutions, *Journal of the Electrochemical Society*, Vol. 19, No.2 (March 1973)
- [20] J. NEWMAN, K. E. THOMAS-ALYEA, Electrochemical Systems, *John Wiley and Sons Ltd.*, Hoboken, New Jersey (2004)
- [21] J. NEWMAN, W. TIEDEMANN, Porous-Electrode Theory with Battery Applications, *Journal of the Electrochemical Society*, Vol. 21, No. 1 (January 1975)
- [22] G. NING, R. E. WHITE, B. N. POPOV, A generalized cycle life of rechargeable Li-ion batteries, *Electrochimica Acta*, (2006)
- [23] A. A. SAMARSKIJ, Teoria raznostnykh schem, *Nauka*, Moskva (1983)

- [24] A. A. SAMARSKIJ, J. S. NIKOLAJEV, Numerické řešení velkých řídkých soustav, *Academia*, Praha (1984)
- [25] W. A. SCHALKWIJK, B. SCROSATI, Advances in Lithium-Ion Batteries, *Cluver Academic Publishers*, New York (2002)
- [26] J. SMOLLER, Shock Waves and Reaction-Diffusion Equations, *Springer-Verlag*, New York (1994)
- [27] R. M. SPOTNITZ, Battery Modeling, *The Electrochemical Society Interface*, (Winter 2005)
- [28] D. R. SMÅBRÅTEN, Mathematical Modeling of Electrochemical and Photoelectrochemical Impedance, *Norwegian University of Science and Technology*, Trondheim (Fall 2013)
- [29] A. N. TICHONOV, A. A. SAMARSKIJ, Rovnice matematické fyziky, *Nakladatelství Československé akademie věd*, Praha (1955)
- [30] J. VEJROSTA, Matematické modelování difuzních procesů v LiIon bateriích, *bakalářská práce KM FJFI ČVUT*, Praha (2013)
- [31] F. VERHULST, Nonlinear Differential Equations and Dynamical Systems, *Springer*, Berlin (1990)
- [32] E. VITÁSEK, Numerické metody, *SNTL Praha* (1987)
- [33] V. S. VLADIMIROV, Equation of Mathematical Physics, *Marcel Dekker, Inc.*, New York (1971)
- [34] N. WIBERG, A. F. HOLLEMAN, Inorganic Chemistry, *Academic Press*, San Diego (2001)

Nesoutěžní příspěvky

Rozšířená Fibonacciho posloupnost a stabilita bankovní soustavy ČR

Martin Bíza

Katedra matematiky a statistiky PřF MU, martin.biza@atlas.cz

Abstrakt.

V této práci se zabýváme především rozšířenou Fibonacciho posloupností. Ta je pro celé číslo n větší nebo rovna 2 definována rekurentním vztahem

$$F(n) = F(n - 1) + F(n - 2),$$

kde $F(n)$ je n -tý člen posloupnosti a $F(0) = 0$ a $F(1) = 1$. Dále mějme přirozené číslo d . Rozšíření chápeme ve smyslu úpravy výše uvedené formule na tvar

$$F(x) = F(x - d) + F(x - d - 1)$$

pro x reálné větší než $d+1$, přičemž $F(0) = 0$ a $F(1) = \dots = F(d) = 1$. Pro $d = 1$ dostáváme Fibonacciho posloupnost.

Práce analyzuje vlastnosti posloupnosti v závislosti na zvoleném zpoždění, které je obsaženo v parametru d . Hlavním cílem bylo odvození nerekurentního vztahu pro x -tý člen $F(x)$. Dále zespojiténí této funkce, tedy pro x z množiny reálných čísel. V neposlední řadě odvodíme několik vlastností takto zdefinované funkce související také s oborem hodnot, kterých funkce nabývá v závislosti na zpoždění.

V aplikační části se zaměřujeme na společné vlastnosti právě popsaného matematického objektu a vývoje diskontní sazby a úrokových sazeb komerčních bank zejména v rostoucí fázi.

Literatura.

[1] STEWART, Ian. *Kabinet matematických kuriozit*. Dokořán, 2013. ISBN: 978-80-7363-292-2.

Detekce více změn ve středních hodnotách náhodných vektorů se dvěma a více složkami

Hana Horáková¹, Daniela Jarušková²

¹Katedra matematiky FSv ČVUT, horakovah@mat.fsv.cvut.cz

² Katedra matematiky FSv ČVUT, jarus@mat.fsv.cvut.cz

Abstrakt. Práce navazuje na článek Antoch, Jarušková (2013), kde byla odvozena testová statistika pro detekci více změn ve střední hodnotě posloupnosti náhodných veličin a odvozeno přibližné chování chvostů testové statistiky, které umožňuje aproximaci p-hodnoty testu. V práci je odvozena podobná aproximace pro případ vektorů s dvěma nezávislými složkami. Dále je ukázáno, jak se tento výsledek použije, hledáme-li více změn v jednom nebo obou parametrech posloupnosti normálně rozdělených náhodných veličin. Je zřejmé, že se postup dá zobecnit i na vektory s více než dvěma složkami nebo na případ změny ve vícerozměrném parametru.

Poděkování. Tato práce byla podpořena grantem Studentské grantové soutěže ČVUT v Praze č. SGS14/004/OHK1/1T/11 „Stochastické modelování vývoje ročního chodu“.

Literatura:

- [1] JARUŠKOVÁ, Daniela. *Pravděpodobnost a matematická statistika*. Praha: Česká technika - nakladatelství ČVUT, 2006. 138 s. ISBN 80-01-03427-5
- [2] ANTOCH, J. - JARUŠKOVÁ, D. *Testing for multiple change-points*. In: *Computational statistics* 28, s. 2161-2184, 2013

Simplified model of spreading rivulet of viscous liquid on an inclined wetted plate

Martin Isoz

Department of mathematics ICT Prague, isozm@vscht.cz

Abstract. Rivulet type flow down an inclined plate is of great importance in many engineering areas including packed columns design and catalytic reactors modeling. Combining a simplified solution of the Navier-Stokes equation for a rectilinear rivulet and the Cox-Voinov law for an axisymmetric spreading of a perfectly wetting liquid, we derived a semi-analytical model of the liquid flow in a spreading rivulet. The proposed model was used to characterize the flow of a liquid in dependence of the plate inclination angle, rivulet dynamic contact angle and liquid flow rate. The presented modeling method provides an insight on the liquid flow properties without the necessity of numerically solving the corresponding PDEs.

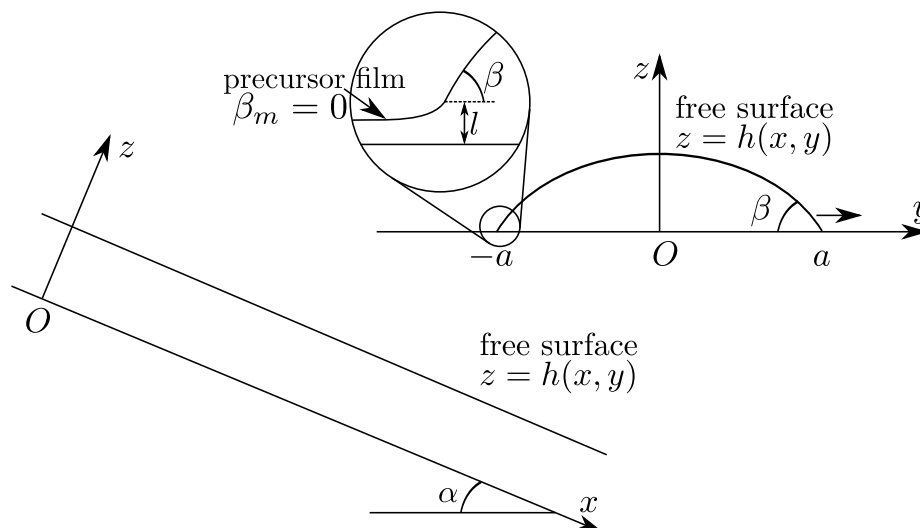


Figure 1: Used coordinate system with the basics of rivulet spreading notation. Letter α stands for the plate inclination angle, β and β_m are the apparent (dynamic) and the microscopic contact angles, a is the rivulet half width.

Acknowledgments. The presented work was supported by IGA of ICT Prague, under the grant number 413 088 1401.

Literatura:

- [1] G.D. TOWELL, L.B. ROTHFELD, *Hydrodynamics of rivulet flow*, A. I. Ch. E. J., Vol.12. (1966), pp.972-980.

- [2] B.R. DUFFY, H.K. MOFFATT, *Flow of a viscous trickle on a slowly varying incline* Chem. Eng. J., Vol.60 (1995), pp.141-146.
- [3] S. K. WILSON, J. M. SULLIVAN, B. R. DUFFY, *The energetics of the breakup of a sheet and of a rivulet on a vertical substrate in the presence of a uniform surface shear stress*, J. Fluid Mech., Vol.674. (2011), pp.281-306.
- [4] C. PATERSON, S. K. WILSON, B. R. DUFFY, *Pinning, de-pinning and re-pinning of a slowly varying rivulet*, Eur. J. Mech. B/Fluids, Vol.41. (2013), pp.94-108.
- [5] S.H. DAVIS, *Moving contact lines and rivulet instabilities, Part 1. The static rivulet*, J. Fluid Mech., Vol.90. (1980), pp.225-242.
- [6] M. ISOZ, *Simplified model of spreading rivulet of viscous liquid on an inclined wetted plate*, Proceeding of conference 4th Scientific Colloquium 2014, Prague (2014), pp.102-118.

Identifikace pravděpodobnostního rozdělení parametrů v heterogenním materiálu

Eliška Janouchová*, Anna Kučerová†, Jan Sýkora‡

*Katedra mechaniky FSv ČVUT, eliska.janouchova@fsv.cvut.cz

†Katedra mechaniky FSv ČVUT, anicka@cml.fsv.cvut.cz

‡Katedra mechaniky FSv ČVUT, jan.sykora.1@fsv.cvut.cz

Abstrakt.

Určení nejistot v parametrech ovlivňujících chování konstrukce, jako jsou materiálové vlastnosti, je zásadní pro provedení analýzy spolehlivosti konstrukce. Mnoho stavebních materiálů má heterogenní vlastnosti, tzn. že jejich mechanické parametry (např. modul pružnosti, mez kluzu či pevnost v tahu) nabývají v různých bodech materiálu různých hodnot, které ovlivňují chování materiálu při jeho zatížení. Tento jev lze pozorovat během laboratorních testů na sadě vzorků vytvořených ze stejného materiálu, kdy naměřené hodnoty sledované veličiny mají rozptyl způsobený heterogenitou materiálu.

Díky vývoji metamodelů a vzrůstajícímu výkonu výpočetní techniky se v dnešní době můžeme zaměřit na pravděpodobnostní přístupy k identifikaci parametrů. Výstupem metod založených na Bayesově pravidle [1], kombinujícím expertní znalosti s experimentálními daty, je pravděpodobnostní rozdělení aktuální znalosti o parametrech. Jedná se o inverzní postup, při němž se počáteční nejistota v parametrech redukuje pomocí naměřených dat.

Příspěvek se zaměřuje na přeformulování identifikační metody pro heterogenní materiály, kdy pravděpodobnostní popis parametrů nevyjadřuje míru nejistoty v jejich hodnoty, jako je tomu v klasickém bayesovském přístupu, ale skutečné rozdělení parametrů v těchto materiálech. Jelikož se v tomto případě nejedná o nejistoty způsobené chybou měření či nedostatkem informací, ale o nejistoty vycházející z heterogenity materiálu, není cílem nejistoty redukovat, ale pouze je kvantifikovat. Nejdůležitějším krokem je správná formulace věrohodnostní funkce, která musí vystihovat naměřená data. Za tímto účelem se experimentální data podrobí analýze hlavních komponent [3]. Pro urychlení výpočtů nutných k obdržení Markovova řetězce reprezentujícího hledané pravděpodobnostní rozdělení je numerický model nahrazen metamodelem, konkrétně polynomiálním chaosem [2].

Poděkování. Práce byla podpořena grantem Grantové agentury ČR č. 105/12/1146 a Studentské grantové soutěže ČVUT č. SGS14/028/OHK1/1T/11.

Literatura:

- [1] Gelman, A. et al. *Bayesian data analysis*. 2nd ed. Boca Raton, Fla.: Chapman & Hall/CRC, 2004. 668 p.
- [2] Matthies, H. G. Uncertainty quantification with stochastic finite elements. In *Encyclopedia of Computational Mechanics*. John Wiley & Sons, Chichester, 2007.
- [3] Jolliffe, I. *Principal component analysis*. 2nd ed. New York: Springer, 2002. 487 p.

Funkce \sin_p v reálném i komplexním oboru

Lukáš Kotrla

Katedra matematiky, Fakulta aplikovaných věd, Západočeská univerzita v Plzni,
kotrla@ntis.zcu.cz

Abstrakt. Funkci \sin_p definujeme pro $p \in \mathbb{R}$, $p > 1$ jako řešení počáteční úlohy

$$-\left(|u'|^{p-2} u'\right)' - (p-1)|u|^{p-2} u = 0, \quad u(0) = 0, \quad u'(0) = 1$$

a v analogii ke klasickým trigonometrickým funkcím zavedeme $\cos_p \stackrel{\text{def}}{=} \sin_p'$. Přestože má funkce \sin_p s funkcí sinus ($p = 2$) mnoho vlastností společných (např. lichost, periodičita, omezenost), zásadně se liší z hlediska diferencovatelnosti. Platí, že $\sin_p \in C^2(\mathbb{R})$ pro $p \in (1, 2)$ a dokonce že $\sin_p \in C^1(\mathbb{R})$ pro $p > 2$. Mnohem zajímavější výsledky dostaneme, omezíme-li se na interval $I = (-\pi_p/2, \pi_p/2)$, kde

$$\pi_p \stackrel{\text{def}}{=} 2 \sup \{x > 0 : \sin_p(x) > 0 \wedge \cos_p(x) > 0\}.$$

Potom pro sudá p je $\sin_p \in C^\infty(I)$. Díky tomu lze funkci \sin_p rozvinout v Maclaurinovu řadu, která navíc konverguje na intervalu I . Pomocí této řady můžeme rozšířit funkci \sin_p do komplexního oboru. V případě komplexní proměnné vyvstává otázka, zda pro funkci \sinh_p definovanou jako řešení počáteční úlohy (v komplexním smyslu)

$$\left((u')^{p-2} u'\right)' - (p-1)u^{p-2}u = 0, \quad u(0) = 0, \quad u'(0) = 1$$

platí pro libovolné $z \in B_p \stackrel{\text{def}}{=} \{z \in \mathbb{C} : |z| < \pi_p/2\}$ obdoba známého vztahu

$$\sin(z) = -i \sinh(iz).$$

Poděkování. Práce byla podpořena grantem P202/12/G061 Grantové agentury České republiky (GA ČR).

Literatura:

- [1] Elbert, Á.: A half-linear second order differential equation. Qualitative theory of differential equations, Vol. I, II (Szeged, 1979), pp. 153–180, *Colloq. Math. Soc. János Bolyai*, **30**, North-Holland, Amsterdam-New York, 1981.
- [2] Girg, P.; Kotrla, L.: Differentiability properties of p-trigonometric functions. Variational and Topological Methods: Theory, Applications, Numerical Simulations, and Open Problems. *Electron. J. Diff. Eqns.*, Conference 21 (2014), pp. 101-127.
- [3] Peetre, J.: The differential equation $y'^p - y^p = \pm(p > 0)$. *Ricerche Mat.* **23** (1994), pp. 91–128.

Fučíkovo spektrum nesymetrického diferenčního operátoru

Iveta Looseová

Katedra matematiky, Fakulta aplikovaných věd, Západočeská univerzita v Plzni,
looseova@kma.zcu.cz

Abstrakt. V příspěvku se zabýváme Fučíkovým spektrem nesymetrického diferenčního operátoru reprezentovaného čtvercovou nesymetrickou maticí řádu n , $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$,

$$\mathbf{A}_n = \begin{bmatrix} 2 & -2 & & & \\ -1 & 2 & -1 & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & -1 & 2 & -1 \\ & & & -2 & 2 \end{bmatrix}.$$

Ukážeme souvislost mezi asymptotickým chováním větví Fučíkova spektra matice \mathbf{A}_n a tzv. polárními Pareto vlastními čísly matice \mathbf{A}_n . Dále uvažujeme úlohu

$$\mathbf{A}_n \mathbf{u} = \alpha \mathbf{u}^+ - \beta \mathbf{u}^- + \mathbf{g}(\mathbf{u}),$$

kde $\mathbf{u} = [u_0, \dots, u_{n-1}]^T$, $\mathbf{u}^\pm = [u_0^\pm, \dots, u_{n-1}^\pm]^T$, $u_i^\pm = \max\{\pm u_i, 0\}$, $i \in \{0, \dots, n-1\}$ a zabýváme se její řešitelností v závislosti na volbě $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ a $\mathbf{g} : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$. Hlavní výsledky se týkají úlohy rezonance vzhledem k Fučíkovu spektru matice \mathbf{A}_n .

Literatura:

- [1] Holubová, G.; Nečesal, P.: *Resonance with respect to the Fučík spectrum for non-selfadjoint operators*. Nonlinear Analysis 93, 147–154 (2013).
- [2] Ma, R.; Xu, Y.; Gao, Ch.: *Spectrum of Linear Difference Operators and the Solvability of Nonlinear Discrete Problems*. Discrete Dyn. Nat. Soc. (2010), 27p.
- [3] Robinson, S. B.; Yang, Y.: *Discrete nonlinear equations and the Fučík Spectrum*. Linear Algebra and its Applications 437, 917–931 (2012).
- [4] Adly, S.; Seeger, A.: *A nonsmooth algorithm for cone-constrained eigenvalue problems*. Computational Optimization and Applications, Springer US, 299–318 (2011).

Identification of parameters in initial value problems for ordinary differential equations

Jan Chleboun*, Karel Mikeš†

* Katedra matematiky FSv ČVUT, chleboun@mat.fsv.cvut.cz

† Katedra matematiky FSv ČVUT, karel.mikes.1@fsv.cvut.cz

Abstract. Scalar parameter values as well as initial condition values are to be identified in initial value problems for ordinary differential equations (ODE). To achieve this goal, computer algebra tools are combined with numerical tools in the MATLAB® environment. The best fit is obtained through the minimization of the summed squares of the difference between measured data and ODE solution. The minimization is based on a gradient algorithm where the gradient of the summed squares is calculated either numerically or via auxiliary boundary value problems. In the latter case, the MATLAB® Symbolic Math Toolbox™ helps to derive the expressions that define the auxiliary problems and transforms them into MATLAB® routines.

Poděkování. Tato práce byla podpořena grantem Studentské grantové soutěže ČVUT č. SGS14/003/OHK1/1T/11

Adaptivně doplňovaný návrh experimentu pro konstrukci meta-modelu v hyperkulovém prostoru

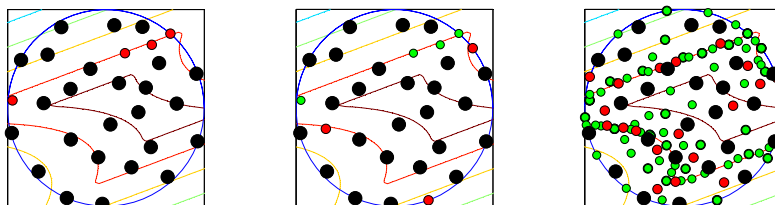
Eva Myšáková*, Matěj Lepš[‡]

*Katedra mechaniky FSV ČVUT, eva.mysakova@fsv.cvut.cz

[‡]Katedra mechaniky FSV ČVUT, leps@cml.fsv.cvut.cz

Abstrakt. Návrh experimentů - *design of experiments* (DoE) je soubor návrhových bodů, jejichž souřadnice odpovídají kombinacím hodnot vstupních parametrů. Zásadní roli hraje v meta-modelování, které je využívanou metodou pro analýzu chování komplexních systémů. Účelem meta-modelu je aproximace odezvy systému. Používá se v případech, kdy je vyhodnocení odezvy původního modelu časově nebo finančně nákladné. Meta-model se vytváří na základě trénovacích dat - návrhových bodů rozmístěných v prostoru vstupních parametrů a odpovídajících odezev původního modelu vyčíslených v těchto návrhových bodech. Aby byl vytvořený meta-model kvalitní, musí být výběru pozic návrhových (trénovacích) bodů věnována pozornost. Meta-model se průběžně zpřesňuje (updatuje) přidáváním dalších trénovacích bodů do vhodných míst návrhového prostoru.

Trénovací body potřebné pro konstrukci meta-modelu se zpravidla rozmisťují do prostoru hyperkrychle. Tento příspěvek se zabývá alternativní variantou - rozmístěním v prostoru hyperkulovém [1]. Další body potřebné pro zpřesnění meta-modelu jsou dále přidávány pomocí dvoukriteriální optimalizace - nový bod je umístěn a) do prostoru dosud nepokrytého, b) do místa žádoucího vzhledem k hodnotě odezvy modelu. Obrázek 1 ilustruje příklad, kdy je druhým kritériem vzdálenost od hranice poruchy (červená křivka).



Obrázek 1: Průběžně doplňovaný návrh experimentů. Legenda: černé body - původní sada trénovacích bodů; červené body - body přidáné v aktuálním updatu; zelené body - body přidáné v předchozích updatech.

Poděkování. Tato práce byla podpořena grantem Studentské grantové soutěže ČVUT č. SGS14/028/OHK1/1T/11.

Literatura:

- [1] Dubourg V. *Adaptive surrogate models for reliability analysis and reliability-based design optimization*. Ph.D. thesis, Université Blaise Pascal, Clermont-Ferrand, France, 2011.

Kvalitativní vlastnosti řešení Navierovy-Stokesovy rovnice v prostoru s periodickými oblastmi

Jitka Píšová*

* Katedra matematiky FSv ČVUT, pisovaj@mat.fsv.cvut.cz

Abstrakt. V tomto příspěvku se zabýváme matematickým modelem ustáleného dvourozměrného proudění vazké nestlačitelné tekutiny v kanálu.

Řešíme zde Navierovy-Stokesovy rovnice na prostoru složeném z mnoha periodických oblastí, které jsou vzájemně disjunktní a řazeny za sebou v jednom směru. Máme předepsané vhodné okrajové podmínky (3) – (5). Proudění je v daném směru přibližně periodické, modelujeme proudění jen na jedné z oblastí, kde řešíme následující okrajovou úlohu.

$$\frac{du}{dt} - \nu \Delta u + (u \cdot \nabla)u + \nabla \mathcal{P} = f \quad \text{na } \Omega \quad (1)$$

$$\operatorname{div} u = 0 \quad \text{na } \Omega \quad (2)$$

$$u|_{\Gamma_1} = 0 \quad (3)$$

$$u|_{\Gamma_2} = u|_{\Gamma_3} \quad (4)$$

$$\left(-\mathcal{P}n + \nu \frac{\partial u}{\partial n}\right)|_{\Gamma_2} = \left(-\mathcal{P}n + \nu \frac{\partial u}{\partial n}\right)|_{\Gamma_3} \quad (5)$$

Na závěr příspěvku jsou navrženy problémy, kterými je možné se dále zabývat. Jedná se hlavně o problémy navazující na již dosažené výsledky. Jde o vyšetření dalších vlastností matematických modelů se smíšenými okrajovými podmínkami.

Poděkování. Tato práce byla podpořena grantem Studentské grantové soutěže ČVUT v Praze č. SGS14/005/OHK1/1T/11.

Literatura:

- [1] Temam R.: *Navier-Stokes Equations, theory and numerical analysis*. North-Holland Publishing edition, Company, Amsterdam - New York - Oxford. Revis, 1979.
- [2] Kračmar S., Neustupa J.: *Modelling of flows of a viscous incompressible fluid through a channel by means of variational inequalities*. ZAMM **74**, 1994, 637-639.
- [3] Kučera P.: *Basic properties of solution of the non-steady Navier-Stokes equations with mixed boundary conditions in a bounded domain*. Ann. Univ. Ferrara **55**, 2009, 289-308.

Porovnání kritérií pro zpřesnění meta-modelu

Adéla Pospíšilová*, Matěj Lepš[‡]

*Katedra mechaniky FSV ČVUT, adela.pospisilova@fsv.cvut.cz

[‡]Katedra mechaniky FSV ČVUT, leps@klobouk.fsv.cvut.cz

Abstrakt. Realistické simulace konstrukcí vyžadují použití složitých a velmi podrobných, výpočetně náročných modelů. Je-li tento model použit pro návrh konstrukce, je třeba ho opakovaně vyhodnotit. Pro urychlení tohoto návrhu je možné použít meta-model, který bude vykazovat podobné nebo v nejlepším případě přesné chování jako původní model, avšak jeho výpočetní náročnost bude řádově nižší. Pro sestavení takového meta-modelu je potřeba provést návrh experimentů, který bude rovnoměrně rozprostřený po celém návrhovém prostoru. Takovýto model většinou nevykazuje stejnou přesnost jako původní model zejména v oblastech, které jsou pro návrh konstrukce nejvíce zajímavé, tedy oblast poruchy případně hranice poruchy. Proto je nutné použít adaptivní aktualizaci meta-modelu tím, že se do návrhu experimentu přidávají body z těchto zajímavých oblastí. Určení oblasti, kam má být nový bod návrhu přidán, není vždy jednoznačné. Je možné body umístit např. do nejméně pokrytého prostoru a tím lépe probádat, kde všude se oblasti poruchy nachází, případně je možné body přidávat tam, kde očekáváme hranici poruchy.

V tomto příspěvku se zabýváme porovnáváním různých kritérií pro adaptivní aktualizaci meta-modelu, jmenovitě např. miniMax metriky, přidání bodů do předpokládaných oblastí hranice poruchy nebo využití odhadu chyby predikce [1, 2]. Tato kritéria jsou optimalizována nejdříve pomocí jedno-kritériálního genetického algoritmu a později pomocí vícekritériálního genetického algoritmu s nedominovaným tříděním (NSGA-II) [3]. Získané vylepšené meta-modely jsou následně použity na spolehlivostních úlohách a úlohách spolehlivostní optimalizace. Výsledky jsou jednak porovnány mezi sebou a jednak s řešením na původním modelu.

Poděkování. Tato práce byla podpořena grantem Studentské grantové soutěže ČVUT č. SGS14/028/OHK1/1T/11.

Literatura:

- [1] Echard, B., Gayton, N., and Lemaire, M. (2011). *AK-MCS: an active learning reliability method combining Kriging and Monte Carlo simulation*. Structural Safety, 33(2), 145-154.
- [2] Bichon, B. J., Eldred, M. S., Swiler, L. P., Mahadevan, S., and McFarland, J. M. (2008). *Efficient global reliability analysis for nonlinear implicit performance functions*. AIAA journal, 46(10), 2459-2468.
- [3] Deb, K., Agrawal, S., Pratap, A., and Meyarivan, T. (2000). *A fast elitist non-dominated sorting genetic algorithm for multi-objective optimization: NSGA-II*. Lecture notes in computer science, Vol. 1917, pp. 849–858.

Bayesovské metody v krigování

Bc. Jan Špička*, Bc. Barbora Vyskočilová[‡]

*Student Geoinformatiky, jan.spicka@gmail.com

[‡]Studentka Geoinformatiky, bara.vyskocilova@yahoo.com

Abstrakt. Geostatistika se zabývá odhady a předpovědí stochastických jevů na Zemi, aplikuje obecné statistické postupy na modelování a vyvozování závěrů o geostatistických problémech. Jednou z nejznámějších metod geostatistiky je krigování. Úkolem projektu je navázat na SGS projekty z let 2011 a 2013 v jejichž rámci vznikl výukový text, který obsahuje úvod do jazyka R a popis funkcí v geostatistickém balíčku geoR. Cílem tohoto projektu je rozšířit stávající výukový text o případy, kdy máme k dispozici apriorní informaci o odhadovaných parametrech a pomocí bayesovských metod získat jejich aposteriorní odhady.

Poděkování. Tato práce byla podpořena grantem Studentské grantové soutěže ČVUT č. SGS14/006/OHK1/1T/11.

Editor	Stanislav Olivík
Název díla	Sborník abstraktů Studentské konference a Rektorysovy soutěže
Vydalo	České vysoké učení technické v Praze
Zpracovala	Fakulta stavební
Kontaktní adresa	Katedra matematiky, Stavební fakulta ČVUT v Praze, Thákurova 7, Praha 6
Tel.	+420 22435 4390
Počet stran	40
Vydání	1.

Neprodejné.

Praha 2014