



Katedra matematiky
Fakulta stavební ČVUT v Praze

SBORNÍK

abstraktů

Studentské konference
a
Rektorysovy soutěže

2. prosince 2016
Praha

Vydavatel: Katedra matematiky, FSv ČVUT v Praze
Praha 2016
Editor: Stanislav Olivík

Podpořeno grantem SGS ČVUT, SVK 01/16/F1

Předmluva

Katedra matematiky FSv ČVUT pořádá v tomto školním roce opět Studentskou vědeckou konferenci, v jejímž rámci se koná Rektorysova soutěž. Připomeňme si, že v roce 2007 se konal 0. ročník, letos se koná již 9. ročník, soutěž byla v minulých letech organizována buď našimi kolegy z FJFI ČVUT nebo naší katedrou. Prezentované práce jsou z různých oblastí aplikované matematiky. Většina z nich souvisí s bakalářskými, diplomovými nebo disertačními pracemi účastníků konference.

Organizátoři konference by zde rádi chtěli poděkovat vedoucím studentských prací, recenzentům a členům hodnotící poroty za jejich práci, bez které by se konference nemohla uskutečnit.

Organizace konference je financována z grantu SVK 01/16/F1 uděleného naší katedře grantovou komisí Studentské grantové soutěže ČVUT, chceme zde poděkovat také grantové komisi za udělení grantu.

Informace o Studentské vědecké konferenci a Rektorysově soutěži lze nalézt na webových stránkách <http://mat.fsv.cvut.cz/rektorys/soutez/>.

V Praze dne 2. 12. 2016

Petr Kučera
František Bubeník
Martin Soukenka

Karel Rektorys

Prof. RNDr. Karel Rektorys, DrSc. (1923-2004) působil na ČVUT od roku 1954 do roku 2004, tedy celých 50 let. Stal se významnou osobností mezi vědci. Proslavil se zejména metodou časové diskretizace při řešení parciálních diferenciálních rovnic. Profesor Rektorys měl obrovskou autoritu i jako pedagog. Jeho přednášky se staly fenoménem. Jako vystudovaný matematik dokázal překlenout hranice matematiky a inženýrských oborů. Podílel se například na projektu stavby Orlické přehrady. Byl autorem řady publikací, *Variační metody v inženýrských problémech* a v problémech matematické fyziky, *Metoda časové diskretizace a parciální diferenciální rovnice*, *Co je a k čemu je vyšší matematika*, a byl vedoucím kolektivu autorů světoznámého *Přehledu užití matematiky*.



Obsah

Soutěžní příspěvky

Hana Dlouhá	9
<i>Periody řetězových zlomků proků kvadratického tělesa</i>	
Pavel Eichler	10
<i>Matematické modelování subsonického proudění okolo překážek pomocí metody Lattice-Boltzmann</i>	
Jan Franců	12
<i>Simulace transportu komponent vícesložkové směsi pomocí Stefanovy-Maxwellovy teorie a mechaniky kontinua</i>	
Liya Gaynutdinova	13
<i>Numerické řešení vlastního čísla úlohy s nejistými daty</i>	
Jakub Klinkovský	14
<i>Masivně paralelní implementace modelu dvoufázového nemísivého proudění v porézním prostředí</i>	
Ondřej Kollert	15
<i>Analýza spekter náhodných matic za použití teorie čítacích procesů</i>	
Evžen Korec	16
<i>Tahová a tlaková ztráta stability prostě podepřeného prutu popsáno Timošenským modelem</i>	
Lukáš Krupička	17
<i>Existenční výsledek problému sdružených transportních procesů v porézním prostředí</i>	
Karel Mikeš	18
<i>Quasicontinuum method extended to irregular 3D lattices with elastoplastic or elastic-brittle interactions</i>	
Jiří Minarčík	19
<i>Applications of Planar and Space Curve Evolution</i>	
Tomáš Smejkal	21
<i>Testování fázové stability a výpočet rovnovážných stavů při dané vnitřní energii, objemu a látkových množstvích</i>	
Kateřina Solovská	23
<i>Numerické metody pro segmentaci medicínských dat</i>	

Magdaléna Tinková	24
<i>Poziční reprezentace čísel v kubických tělesech</i>	
Marek Tyburec	26
<i>Modulární topologická optimalizace přihradových konstrukcí sestavených z Wangových dlaždic.</i>	
Jana Vacková	27
<i>Multi-headway statistika systémů s kombinovanými potenciály</i>	
<u>Nesoutěžní příspěvky</u>	
Jan Havelka	31
<i>Künzel model and boundary inverse problem</i>	
Hana Horáková	32
<i>Detekování více změn v sezónním chování časových řad</i>	
Eliška Janouchová	33
<i>Bayesian Identification of Aleatory Uncertainties Based on Hierarchical Modelling</i>	
Martin Ladecký	34
<i>Integrace mikrostrukturálních vysoce oscilujících báзовých funkcí</i>	
Eva Myšáková	35
<i>Kombinace paralelně konstruovaných meta-modelů</i>	
Jitka Píšová	36
<i>Některé výsledky o stabilitě silných řešení Navierových-Stokesových rovnic</i>	
Petra Vacková	37
<i>Některé modely přenosu tepla v proudící nestlačitelné tekutině</i>	

Soutěžní příspěvky

Periody řetězových zlomků prvků kvadratického tělesa

Hana Dlouhá*

* Katedra matematiky FJFI ČVUT, dlouhhan@fjfi.cvut.cz

Abstrakt: Řetězový zlomek je periodický právě tehdy, pokud je to řetězový zlomek kvadratického čísla. V této práci se věnujeme zkoumání odhadů prodloužení periody řetězových zlomků prvků kvadratického tělesa při Möbiově transformaci. To jest, určujeme ze znalosti periody řetězového zlomku prvku kvadratického tělesa α horní odhad na délku periody řetězového zlomku Möbiovy transformace čísla α , tedy prvku kvadratického tělesa $\frac{a\alpha+b}{c\alpha+d}$, kde $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$. Tyto odhady jsou konstruovány pomocí převodníků reprezentujících Möbiovy transformace v závislosti na hodnotě $ad - bc$. Ukazujeme explicitní vzorec pro horní hranici zkoumaného prodloužení, který se pro malé prvočíselné determinanty jeví z experimentů jako velmi přesný.

Reference

- [1] Liardet, P.; Stambul, P.: Algebraic computations with continued fractions. *Journal of Number Theory*, ročník 73, č. 1, 1998: s. 92–121.
URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022314X98922740>
- [2] Niqui, M.: Exact arithmetic on the Stern–Brocot tree. *Journal of Discrete Algorithms*, ročník 5, č. 2, 2007: s. 356–379.
URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1570866706000311>
- [3] Raney, G. N.: On continued fractions and finite automata. *Mathematische Annalen*, ročník 206, č. 4, 1973: s. 265–283.
URL <http://www.springerlink.com/index/L447171750507805.pdf>

Matematické modelování subsonického proudění okolo překážek pomocí metody Lattice–Boltzmann

Pavel Eichler*

*Katedra matematiky FJFI ČVUT, eichlpa1@fjfi.cvut.cz

Abstrakt.

Tato práce je teoretickým úvodem do numerické metody Lattice–Boltzmann pro simulaci proudění nestlačitelné, Newtonovské tekutiny v izotermálním systému.

Hlavním cílem je uvést čtenáře do základní problematiky týkající se této metody skrze její odvození založeném na diskretizaci Boltzmannovy transportní rovnice a projekci do báze Hermiteových polynomů.

Dalším cílem této práce je popis algoritmu Lattice–Boltzmannovy metody a aplikace na dvourozměrný případ proudění mezi dvěma rovnoběžnými rovinami. Konkrétně je numerické řešení získané metodou Lattice–Boltzmann zprvu srovnané s analytickým řešením pro určení experimentálního řádu konvergence a posléze s numerickým řešením založeným na metodě konečných objemů pro srovnání výsledků pro problém nelaminárního proudění okolo překážek. Získané výsledky ukazují, že Lattice–Boltzmannova metoda poskytuje uspokojivé výsledky ve srovnání s analytickým řešením a řešením založeným na metodě konečných objemů.

Poděkování.

Práce byla vypracována v rámci bakalářské práce a velké poděkování patří mému školiteli Ing. Radku Fučíkovi, Ph.D. a konzultantovi Ing. Robertu Strakovi, Ph.D.

Literatura:

- [1] Pietro Asinari. *Multi-Scale Analysis of Heat and Mass Transfer in Mini/Micro-Structures*. PhD thesis, Department of Energy Engineering, Univeristy of "Politecnico di Torino", 2005.
- [2] Guido Buresti. A note on Stokes' hypothesis. *Acta Mechanica*, 226(10):3555–3559, 2015.
- [3] Michel O. Devile and Thomas B. Gatski. *Mathematical modeling for complex fluids and flows*. Springer Science & Business Media, 2012.
- [4] Pavel Eichler. *Matematické modelování subsonického proudění okolo překážek pomocí metody Lattice–Boltzmann na GPU*. Bachelor thesis, Czech Technical University in Prague, 2016.
- [5] Zhaoli Guo and Chang Shu. *Lattice Boltzmann method and its applications in engineering*. World Scientific, 2013.

- [6] Gilberto M. Kremer. *An introduction to the Boltzmann equation and transport processes in gases*. Springer Science & Business Media, 2010.
- [7] Jonas Latt. *Hydrodynamic limit of lattice Boltzmann equations*. PhD thesis, University of Geneva, 2007.
- [8] Jonas Latt. Choice of units in lattice Boltzmann simulations. *Volně přístupné na adrese http://lbmethod.org/media/howtos_lbunits.pdf*, 2008.
- [9] František Maršík. *Termodynamika kontinua*. Academia Praha, 1999.
- [10] Paul J. Dellar. *Incompressible limits of lattice Boltzmann equations using multiple relaxation times*. *Journal of Computational Physics*, 190(2):351–370, 2003.
- [11] William H. Press. *Numerical recipes 3rd edition: The art of scientific computing*. Cambridge university press, 2007.
- [12] Alfio Quarteroni, Riccardo Sacco, and Fausto Saleri. *Numerical mathematics, volume 37*. Springer Science & Business Media, 2010.
- [13] Michael Schäfer, Stefan Turek, Franz Durst, Egon Krause, and Rolf Rannacher. *Benchmark computations of laminar flow around a cylinder*. Springer, 1996.
- [14] Xiaowen Shan and Xiaoyi He. *Discretization of the velocity space in the solution of the Boltzmann equation*. *Physical Review Letters*, 80(1):65, 1998.
- [15] Xiaowen Shan, Xue-Feng Yuan, and Hudong Chen. *Kinetic theory representation of hydrodynamics: a way beyond the Navier–Stokes equation*. *Journal of Fluid Mechanics*, 550:413–441, 2006.
- [16] Jonas Tölke. *Gitter-Boltzmann-Verfahren zur Simulation von Zweiphasenströmungen*. PhD thesis, Lehrstuhl Bauinformatik. TU München, München, 2001.
- [17] Erlend M. Viggen. *The lattice Boltzmann method with applications in acoustics*. Master’s Thesis, NTNU Trondheim, Norway, 2009.
- [18] Qisu Zou, Shuling Hou, Shiyi Chen, and Gary D. Doolen. *A improved incompressible lattice Boltzmann model for time-independent flows*. *Journal of Statistical Physics*, 81(1-2):35–48, 1995.

Simulace transportu komponent vícesložkové směsi pomocí Stefanovy-Maxwellovy teorie a mechaniky kontinua

Jan Franců*

*FJFI ČVUT v Praze, francja5@fjfi.cvut.cz

Abstrakt. Tato práce se zabývá formulací modelu izotermálního transportu komponent ve vícesložkové směsi, který v sobě spojuje známou Stefanovu-Maxwellovu teorii a dynamiku kontinua. Zde představené rovnice mají tvar soustavy bilančních zákonů pro jednotlivé komponenty směsi, které jsou provázané interakčními členy. Ověření modelu je provedeno na příkladech transportu směsi ideálních plynů v trubcích, jejichž chování je popsáno jednorozměrnými rovnicemi, které jsou zde řešeny metodou konečných objemů. Pozorované výsledky naznačují, že i minimální jednorozměrný model může poskytnout kvalitativně dobrý popis transportu směsi ideálních plynů.

Literatura:

- [1] DUNCAN, J. B. a H. L. TOOR. An experimental study of three component gas diffusion. *AIChE Journal*. 1962, **8**(1), 38-41. DOI: 10.1002/aic.690080112. ISSN 0001-1541. Dostupné také z: <http://doi.wiley.com/10.1002/aic.690080112>
- [2] FIROOZABADI, Abbas. *Thermodynamics of hydrocarbon reservoirs*. New York: McGraw-Hill, c1999. ISBN 00-702-2071-9.
- [3] FRANČŮ, Jan. *Model transportu komponent vícesložkové směsi založený na kombinaci Stefanovy-Maxwellovy teorie a mechaniky kontinua*. Praha, 2016. Výzkumný úkol.
- [4] KERKHOF, Piet J. A. M. a Marcel A. M. GEBOERS. Toward a unified theory of isotropic molecular transport phenomena. *AIChE Journal*. 2005, **51**(1), 79-121. DOI: 10.1002/aic.10309. ISSN 0001-1541. Dostupné také z: <http://doi.wiley.com/10.1002/aic.10309>
- [5] LEVEQUE, Randall J. *Finite volume methods for hyperbolic problems*. New York: Cambridge University Press, 2002. ISBN 05-210-0924-3.
- [6] TANG, Huazhong. On the sonic point glitch. *Journal of Computational Physics*. 2005, **202**(2), 507-532. DOI: 10.1016/j.jcp.2004.07.013. ISSN 00219991. Dostupné také z: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0021999104002967>
- [7] TAYLOR, Ross a R. KRISHNA. *Multicomponent mass transfer*. New York: Wiley, c1993. ISBN 04-715-7417-1.

Numerické řešení vlastního čísla úlohy s nejistými daty

Liya Gaynutdinova*

*Katedra matematiky FSv ČVUT, liya.gaynutdinova@fsv.cvut.cz

Abstrakt. V této práci uvažujeme symetrický a pozitivně definitní diferenciální operátor druhého řádu s koeficienty, které závisí na jednom náhodném parametru. Hledáme některé charakteristiky nejmenšího vlastního čísla tohoto operátoru, speciálně střední hodnotu a směrodatnou odchylku. Na to použijeme a porovnáme dvě metody pro přibližný výpočet: metodu Monte Carlo a kolokační metodu. Ukážeme, že kolokační metoda ve zvolených příkladech poskytuje podobně přesné řešení v mnohem menším čase. V příkladech ukážeme, že není vhodné spolehnout se pouze na dostatečnou střední hodnotu počítaného vlastního čísla, protože směrodatná odchylka může ukázat, že výsledek je značně nejistý. Proto je vhodné zahrnout vždy do výpočtu kromě střední hodnoty i další charakteristiky, jako je např. směrodatná odchylka. Jelikož je numerické řešení takové úlohy mnohem časově náročnější než řešení odpovídající deterministické úlohy, je volba vhodné numerické metody zásadní otázkou.

Literatura:

- [1] Ch. M. Grinstead, J. L. Snell, Introduction to Probability, https://www.dartmouth.edu/~chance/teaching_aids/books_articles/probability_book/amsbook.mac.pdf
- [2] S. G. Mihlin, Variační metody v matematické fyzice, Nakladatelství "Nauka", Moskva, 1970
- [3] Nodes and weights for Gauss quadrature using the weight function of normal distribution, web page <http://keisan.casio.com/exec/system/1329114617>
- [4] K. Rektorys, Variační metody v inženýrských problémech a v problémech matematické fyziky, SNTL - Nakladatelství technické literatury, Praha, 1974.
- [5] P. Sváček, M. Feistauer, Metoda konečných prvků, Nakladatelství ČVUT, 2006.
- [6] O. Zindulka, Matematika 3, Nakladatelství ČVUT, Praha, 2007.

Masivně paralelní implementace modelu dvoufázového nemísivého proudění v porézním prostředí

Jakub Klinkovský*

*FJFI ČVUT, klinkjak@fjfi.cvut.cz

Abstrakt. V této práci se zabýváme numerickým řešením dvoufázového nemísivého proudění v porézním prostředí a implementací masivně paralelního řešiče využívajícího moderní architektury GPU. Pro numerické řešení zformulované úlohy sestavíme semi-implicitní numerické schéma založené na hybridní metodě smíšených konečných prvků a metodě konečných objemů. Pro zlepšení numerických vlastností schématu je využita upwindová stabilizace a metoda mass-lumping. Schéma je implementováno pro paralelní architektury GPU s využitím platformy CUDA a knihovny TNL. Experimentální analýzou řádu konvergence pro testovací úlohy se známým semi-analytickým řešením ověříme správnost implementace a konvergenci numerického schématu. Chování různých modelů kapilarity a variant numerického schématu při řešení advekčně-difúzních úloh v heterogenním prostředí ověříme pomocí úlohy s referenčním řešením publikovaným v literatuře. Pro zvolenou testovací úlohu porovnáme efektivitu paralelního výpočtu na GPU a provedeme podrobnou analýzu efektivity paralelizovaného algoritmu.

Tato soutěžní práce navazuje na autorovu bakalářskou práci (2015) a soutěžní práci z předchozího ročníku Rektorysovy soutěže. Prezentované výsledky byly dosaženy v rámci autorova výzkumného úkolu na Katedře matematiky FJFI, který byl obhájen v červnu 2016.

Analýza spekter náhodných matic za použití teorie čítacích procesů

Ondřej Kollert

Katedra matematiky FJFI ČVUT, ondra.kollert@gmail.com

Abstrakt. Ústředním tématem této práce je teorie čítacích procesů se zaměřením na proces obnovy a hladinový proces. Po zavedení obecného čítacího procesu a uvedení některých fundamentálních tvrzení je podstatná část práce věnovaná procesu obnovy. Pro něj je v rámci druhé kapitoly odvozeno spoustu vlastností a zákonitostí. Důležitou charakteristikou jsou také momenty procesu, jimž bude pozornost věnována nejvíce. Jejich význam spočívá ve vhodném popisu příslušného procesu, díky němuž lze mezi různými čítacími procesy hledat korespondence. Problematika momentů je důkladně rozebírána také v případě hladinového procesu ve třetí kapitole. Stěžejními veličinami jsou zde takzvaná rigidita a korigidita. Ty jsou díky svému relativně jednoduchému vyjádření a vysoké vypovídající schopnosti o daném procesu velmi ceněnými a v praxi použitelnými charakteristikami.

Poděkování. Rád bych poděkoval Doc. Mgr. Milanu Krbálkovi, Ph.D. za jeho vedení po celou dobu mého magisterského studia, za důvěru, kterou ve mě neustále vkládal a v neposlední řadě také za ochotu vždy vyjít vstříc. Jsem mu vděčný za možnost prezentovat a rozvíjet výsledky této práce v rámci grantu 15-15049S s názvem Detekce stochastických univerzalit v nerovnovážných stavech socio-fyzikálních systémů metodou teorie náhodných matic poskytnutou Grantovou agenturou České republiky. Chtěl bych rovněž poděkovat Ing. Tomáši Hobzovi, Ph.D. za cenné připomínky, jež vedli ke zdokonalení této diplomové práce.

Literatura:

- [1] A. Gut, *Stopped Random Walks: Limit Theorems and Applications*, Springer Science & Business Media, 2009
- [2] T. Mikosh, *Non-Life Insurance Mathematics*, Universitext, 2009
- [3] O. Kollert, *Level spacing distribuce pro Calegero-Moserovy náhodné matice (bachelor thesis)*, ČVUT v Praze, Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská, Praha (2013)
- [4] O. Kollert, *Statistical Analysis of Spectral Properties of Random Matrices (research project)*, ČVUT v Praze, Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská, Praha (2015)

Tahová a tlaková ztráta stability prostě podepřeného prutu popsaného Timošenkovým modelem

Milan Jirásek*, Evžen Korec[‡]

*Katedra mechaniky FSv ČVUT, Milan.Jirasek@fsv.cvut.cz

[‡] Katedra mechaniky FSv ČVUT, evzen.korec@fsv.cvut.cz

Abstrakt. V příspěvku se zabýváme problematikou ztráty stability ideálního prizmatického prutu při působení tahové nebo tlakové axiální síly za použití teorie lineární pružnosti a Timošenkovy teorie ohybu prutu. Tato teorie představuje zpřesnění klasické Eulerovy - Bernoulliovy teorie ohybu prutu, neboť nebere v potaz pouze deformační účinky ohybového momentu (jako teorie Eulerova - Bernoulliova), ale i účinky posouvajících (smykových) sil. Demonstrujeme, že při vhodném zavedení posouvající síly může prut podle Timošenkova modelu ztratit stabilitu nejenom při působení tlakové axiální síly, což je běžně známý fakt, ale i při působení tahové axiální síly, což je poznatek, který se v odborné inženýrské literatuře objevuje teprve v nedávné době. Na základě energetického přístupu ke ztrátě stability se snažíme vysvětlit, proč Timošenkův model při jisté definici posouvající síly tahovou ztrátu stability připouští a při jiné nikoliv. Pro model umožňující tahovou ztrátu stability se zabýváme úlohou hledání velikosti síly, která způsobí ztrátu stability prutu s proměnným průřezem, a představujeme možné numerické řešení této úlohy založené na použití metody konečných prvků.

Literatura:

- [1] BAŽANT, Z. P. a Luigi CEDOLIN, 2010. Stability of Structures: Elastic, Inelastic, Fracture and Damage Theories. B.m.: World Scientific. ISBN 978-981-4317-02-3.
- [2] BITTNAR, Zdeněk, Milan JIRÁSEK a Petr KONVALINKA, 1992. Statika stavebních konstrukcí II: Příklady. 1. vyd. Praha: ČVUT. ISBN 978-80-01-00772-3.
- [3] REKTORYS, Karel, 1997. Matematika 43: obyčejné a parciální diferenciální rovnice s okrajovými podmínkami. 3. vyd. B.m.: České vysoké učení technické,. ISBN 978-80-01-01611-4.
- [4] GUO, Jong-Shenq, Wen-Wei LIN a Chern-Shuh WANG, 1995. Numerical solutions for large sparse quadratic eigenvalue problems. Linear Algebra and its Applications [online]. roč. 225, s. 57–89. ISSN 0024-3795. Dostupné z: doi:10.1016/0024-3795(93)00318-T
- [5] KELLY, J., 2003. Tension Buckling in Multilayer Elastomeric Bearings [online]. roč. 129, č. 12, s. 1363–1368. ISSN 0733-9399. Dostupné z: doi:10.1061/(ASCE)0733-9399(2003)129:12(1363)

Existenční výsledek problému sdružených transportních procesů v porézním prostředí

Lukáš Krupička*

*Katedra matematiky FSv ČVUT, lukas.krupicka@fsv.cvut.cz

Abstrakt. Tento příspěvek se zabývá soustavou nelineárních evolučních diferenciálních rovnic, která popisuje sdružené proudění vody a tepla v částečně nasyceném porézním prostředí. V práci je ukázána existence slabého řešení na libovolném časovém intervalu pomocí časové diskretizace a odvození vhodných apriorních odhadů. Na závěr je ukázáno, že řešení časově diskretizované úlohy konvergují k řešení původní úlohy.

Poděkování. Tato práce byla podpořena grantem Studentské grantové soutěže ČVUT č. SGS16/001/OHK1/1T/11

Literatura:

- [1] H.W. Alt, S. Luckhaus, Quasilinear elliptic-parabolic differential equations, *Math. Z.* 183 (1983) 311–341.
- [2] Evans, L.: *Partial Differential Equations*. American Mathematical Society, Providence, 1998.
- [3] Fučík, S., a Kufner, A.: *Nonlinear Differential Equations*. Elsevier, Oxford, 1980.
- [4] M.T. van Genuchten, A closed form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soil, *Soil Sci. Soc. Am. J.* 44 (1980) 892–898.
- [5] Nečas, J.: *Introduction to the Theory of Nonlinear Elliptic Equations*. Teubner-Texte zur Mathematik, Leipzig, 1983.
- [6] Nečas, J.: *Direct Methods in Theory of Elliptic Equations*. Springer, Heidelberg, 2012.
- [7] Rektorys, K.: *Metoda časové diskretizace a parciální diferenciální rovnice*. Teoretická knihovna inženýra, SNTL, Praha 1985.
- [8] Zheng, S.: *Nonlinear evolution equations*. Chapman & Hall/CRC, USA 2004.

Quasicontinuum method extended to irregular 3D lattices with elastoplastic or elastic-brittle interactions

Karel Mikeš*

*Department of Mechanics, Faculty of Civil Engineering, CTU in Prague,
karel.mikes.1@fsv.cvut.cz

Abstrakt. Atomistic simulations of materials with disordered microstructure often involve high numbers of degrees of freedom (DOFs) and extreme computational costs. The quasicontinuum method (QC) is a multiscale simulation technique which combines fast continuum and exact atomistic approaches [1]. The key idea of QC is to reduce the computational cost by reducing degrees of freedom of the fully atomistic approach. The QC method was introduced in 1996 [2] and later improved in many papers, but so far only for regular (mainly atomic) lattices. This work provides an extension of application of the QC method to disordered lattices.

In the present work, the QC idea is applied to disordered particle systems with links representing a random microstructure of the material. Link connections are modelled as elastic, elastoplastic or elastic-brittle. The material model based on the idea of microplanes [3] is used to provide continuous representation of elasto-plastic links. A number of QC approaches using different levels of simplification are introduced and implemented in the OOFEM simulation platform [4]. Properties of the proposed QC approaches are tested in a two- and three-dimensional simple patch test as well as in examples with real geometries. Accuracy, efficiency and specific properties of QC-inspired approaches are evaluated by comparison of results with the fully resolved particle model.

Acknowledgment. Financial support received from the Grant Agency of the Czech Technical University in Prague (SGS project No. 16/038/OHK1/1T/11) and from the Czech Science Foundation (GAČR project No. 14-00420S) is gratefully acknowledged.

References:

- [1] Miller R. and Tadmor E., *The quasicontinuum method: Overview, applications and current directions*. Journal of Computer-Aided Materials Design, 9, 203–239, 2002.
- [2] Tadmor E., Ortiz M. and Phillips R., *Quasicontinuum analysis of defects in solids*. Philosophical Magazine A, 73, 1529–1563, 1996.
- [3] Bažant Z. and Oh B. *Microplane model for progressive fracture of concrete and rock*. Journal of Engineering Mechanics, 111, 559–582, 1985.
- [4] Patzák B., *OOFEM – an object-oriented simulation tool for advanced modeling of materials and structures*. Acta Polytechnica, 52, 59–66, 2012.

Applications of Planar and Space Curve Evolution

Jiří Minarčík*

*Department of Mathematics, FNSPE CTU, minarji2@fjfi.cvut.cz

Abstract. In the presented work, we examine the theory of evolving curves and explore their use in commercial and academic applications. In the theoretical section of the text, both numerical and analytical aspects of the problem are investigated by three different approaches. Within the parametric approach, we derived a numerical algorithm for space curve evolution based on osculating circles. When coupled with the point redistribution process, this algorithm has been proven to satisfy the maximum principle in the context of the curve shortening flow. The work also contains a derivation of new mathematical framework for describing curves in space which is a combination of the parametric and implicit approach. The method has been developed to simulate the geodesic flow on both stationary and moving surfaces.

In the final chapter, we investigate four different applications of methods based on evolving curves. First three applications, namely image segmentation, noise reduction and shape matching, belong to the domain of image processing. Methods in all three listed categories have been implemented in C++ and tested on real data. In the last application, we study a mathematical model for the river channel centreline migration caused by the meandering process. Several modifications to the model have been made and tested. The modified model is able to detect the creation of Oxbow lakes, it simulates the influence of local sinuosity to the streamwise bed slope and deals with heterogeneous river bed erodibility.

Acknowledgements. The author was partly supported by the projects Advanced supercomputing methods for mathematical modeling of natural processes of the Student Grant Agency of the Czech Technical University in Prague No. SGS14/206/OHK4/3T/14, and by the project Quantitative Mapping of Myocard and of Flow Dynamics by Means of MR Imaging for Patients with Nonischemic Cardiomyopathy - Development of Methodology No. 15-27178A of Ministry of Health of the Czech Republic.

References:

- [1] M. Beneš, M. Kimura, P. Pauš, D. Ševčovič, T. Tsujikawa, and S. Yazaki: *Application of a curvature adjusted method in image segmentation*. Bulletin of the Institute of Mathematics, Academia Sinica (New Series), 3(4):509–523, 2008.
- [2] F. Cao: *Geometric Curve Evolution and Image Processing*. Springer, 2003.
- [3] M. Gage, R.S. Hamilton: *The heat equation shrinking convex plane curves*. Journal of Differential Geometry, 23(1):69-96, 1986.

- [4] D. Ševčovič: *Qualitative and quantitative aspects of curvature driven flows of planar curves*. Topics on partial differential equations, Jindřich Nečas Center for Mathematical Modeling Lecture notes, 2(2):55–119, 2007.
- [5] J.A. Sethian: *Level Set Methods: Evolving Interfaces in Geometry, Fluid Mechanics, Computer Vision, and Materials Science*. Cambridge University Press, 1996.
- [6] S. Osher, R.P. Fedkiw: *Level Set Methods: An Overview and Some Recent Results*. Journal of Computational Physics, 169:463–502, 2001.
- [7] J. Weickert: *Anisotropic diffusion in image processing*. ECMI Series, Teubner, 1998.

Testování fázové stability a výpočet rovnovážných stavů při dané vnitřní energii, objemu a látkových množstvích

Tomáš Smejkal*

*Katedra matematiky FJFI ČVUT v Praze, smejkto5@fjfi.cvut.cz

Abstrakt. V této práci představujeme rychlý a robustní algoritmus pro výpočet rovnovážných stavů vícesložkových směsí při konstantní vnitřní energii, objemu a látkových množstvích (specifikace UVN). Algoritmus je založen na maximalizaci celkové entropie systému vzhledem k omezujícím podmínkám na vnitřní energii, objem a látková množství. Algoritmus využívá modifikovanou Newtonovu metodu a spolu s modifikovanou Choleského dekompozicí hessiánu generuje posloupnost stavů s rostoucí celkovou entropií systému. Na rozdíl od dříve publikovaných formulací naše metoda používá výsledky testování stability ve specifikaci UVN pro inicializaci výpočtu rovnovážného stavu. Jelikož počet fází není apriori známý, navrhovaná strategie se skládá z opakování testování stability a výpočtu rovnovážného stavu, dokud není nalezen stabilní rozklad. Výkonnost algoritmu je ukázána na několika úlohách rozdílné náročnosti.

Poděkování. Práce vznikla v rámci projektu KONTAKT II LH 12064 Výpočetní metody v termodynamice vícesložkových směsí Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy České republiky a byla podpořena grantem Studentské grantové soutěže ČVUT č. SGS14/206/OHK4/3T/14 s názvem Pokročilé superpočítačové metody pro matematické modelování přírodních procesů.

Literatura:

- [1] Castier, M., Solution of the Isochoric-Isoenergetic Flash Problem by Direct Entropy Maximization, *Fluid Phase Equilibria*, 276:7–17, 2009.
- [2] Firoozabadi, A., *Thermodynamics of Hydrocarbon Reservoirs*, McGraw-Hill, 1999.
- [3] Jindrová, T., and Mikyška, J., General Algorithm for Multiphase Equilibria Calculation at Given Volume, Temperature, and Moles, *Fluid Phase Equilibria*, 393: 7–25, 2015.
- [4] Michelsen, M.L., The Isothermal Flash Problem, Part 1. Stability, *Fluid Phase Equilibria*, 9:1-19, 1982.
- [5] Michelsen, M.L., The Isothermal Flash Problem, Part 2. Phase-split Computation, *Fluid Phase Equilibria*, 9:21–40, 1982.
- [6] Schnabel, R. B., Eskow, E., A revised modified Cholesky factorization algorithm, *SIAM J. Optim.*, 9(4):1135-1148, 1999.

- [7] Smejkal, T., Mikyška, J., Phase stability testing and phase equilibrium calculation at specified internal energy, volume, and moles, *Fluid Phase Equilibria*, 431:82-96, 2017.

Numerické metody pro segmentaci medicínských dat

Kateřina Solovská

Katedra matematiky FJFI ČVUT, solovkat@fjfi.cvut.cz

Abstrakt. Tato práce se zabývá metodami pro zpracování obrazu. Rozebrány jsou metody pro odstraňování šumu pomocí minimalizace gradientu, vrstevnicové metody pro odstraňování šumu a detekci hran a metoda segmentace obrazu pomocí Mumfordova-Shahova funkcionálu. Při odstraňování šumu bylo dosaženo nejlepších výsledků použitím vrstevnicové metody. Při segmentaci je výhodou metody minimalizace Mumfordova-Shahova funkcionálu to, že umožňuje segmentovat objekty, na jejichž hranici nedochází k tak výrazné změně intenzity, aby bylo možné použít vrstevnicovou metodu. Dále jsou v této práci popsány numerická schémata pro tyto metody. Všechny metody byly otestovány na umělých i reálných obrázcích.

Literatura:

- [1] K. Rektorys, *Variační metody v inženýrských problémech a v problémech matematické fyziky: Určeno také pro posl. vys. škol.* SNTL, 1974.
- [2] G. Aubert and P. Kornprobst, *Mathematical problems in image processing: partial differential equations and the calculus of variations*, vol. 147. Springer Science & Business Media, 2006.
- [3] T. F. Chan and L. A. Vese, *Active contours without edges*. IEEE Transactions on image processing 10.2 (2001): 266-277.
- [4] L. A. Vese and T. F. Chan, *A multiphase level set framework for image segmentation using the mumford and shah model*. International journal of computer vision, vol. 50, no. 3, pp. 271–293, 2002.

Poziční reprezentace čísel v kubických tělesech

Magdaléna Tinková*

*Katedra matematiky FJFI ČVUT, tinkomag@fjfi.cvut.cz

Abstrakt. Práce je věnována pozičním číselným soustavám, tedy reprezentaci čísel ve tvaru $\sum_{k=1}^n a_k \beta^k$, kde β je báze a a_i jsou prvky konečné množiny cifer nazývané abeceda. Zaměříme se především na takzvané hladové rozvoje čísel v bázi $\beta > 1$ tak, jak je zavedl v roce 1957 A. Rényi [?].

V práci se zabýváme otázkou, zda v každém reálném kubickém tělese existuje číslo s tzv. vlastností (F), která po bázi β požaduje, aby čísla s konečným hladovým rozvojem tvořila okruh. Dokazujeme, že vždy je možné v takových tělesech nalézt Pisotovu jednotku s vlastností (F) nebo ($-F$), přičemž vlastnost ($-F$) charakterizuje rozvoje v bázi $-\beta$. Navíc, pokud se neomezíme pouze na algebraické jednotky, dojdeme k závěru, že v každém reálném kubickém tělese existuje Pisotovo číslo s vlastností (F).

Dále ukážeme, že všechna reálná kubická tělesa, která nejsou totálně reálná, obsahují Pisotovu jednotku s vlastností (F). O její existenci v totálně reálných tělesech pak případně lze rozhodnout díky naší postačující podmínce.

Poděkování. Práce byla podpořena grantem Grant Agency of the Czech Technical University in Prague, grant No. SGS14/205/OHK4/3T/14.

Literatura:

- [1] S. AKIYAMA, Pisot numbers and greedy algorithm, *Number Theory* (1998) 9–21.
- [2] S. AKIYAMA, Cubic Pisot units with finite beta expansions. In F. Halter-Koch and R. F. Tichy, editors, *Algebraic Number Theory and Diophantine Analysis*, de Gruyter (2000) 11–26.
- [3] S. AKIYAMA, Positive finiteness of number systems, *Developments in Mathematics* **15** (2006) 1–10.
- [4] G. CARDANO, *Ars Magna or the Rules of Algebra*, Dover, New York, NY, 1993.
- [5] CH. FROUGNY and B. SOLOMYAK, Finite beta-expansions, *Ergod. Th. & Dynam. Sys.* **12** (1992) 713–723.
- [6] S. ITO and T. SADAHIRO, Beta-expansions with negative bases, *Integers* **9** (2009) A22 239–259.
- [7] Z. KRČMÁRIKOVÁ, Konečné rozvoje v číselných soustavách se záporným základem, Výzkumný úkol, ČVUT, 2015.

- [8] Z. MASÁKOVÁ, E. PELANTOVÁ, *Teorie čísel*, skriptum ČVUT, 2010.
- [9] A. RÉNYI, Representations for real numbers and their ergodic properties, *Acta Math. Acad. Sci. Hungary* **8** (1957) 477–493.
- [10] R. SALEM, *Algebraic numbers and Fourier analysis*, Heath mathematical monographs, Heath, 1963.
- [11] T. VÁVRA and F. VENEZIANO, *Pisot Units in Number Fields*, 10 pp., preprint 2015.
- [12] X. WANG, A simple proof of Descartes’s Rule of Signs, *Amer. Math. Monthly* **111** (2004) 525–526.

Modulární topologická optimalizace příhradových konstrukcí sestavených z Wangových dlaždic.

Marek Tyburec*, Jan Zeman†

*Katedra mechaniky FSV ČVUT, marek.tyburec@fsv.cvut.cz

†Katedra mechaniky FSV ČVUT, zemanj@cml.fsv.cvut.cz

Abstrakt.

Hledáním optimálních konstrukcí se zabývalo již mnoho badatelů. Optimalizace konstrukcí se většinou snaží dosáhnout jednoho, či případně více, z těchto kritérií: konstrukce o minimální hmotnosti, maximálně tuhá konstrukce nebo konstrukce maximálně odolná proti vzpěru a nestabilitě.

Ačkoli se může zdát, že tato kritéria jsou značně odlišná, mají společnou jednu vlastnost – zjednodušeně popisují požadavek investora minimalizovat náklady. V případě velkovýroby je ale důležitý ještě jeden aspekt, totiž opakovatelnost prvků, modularita. Prefabrikované modulární produkty, které vznikají v kontrolovaných výrobnách, vedou k výraznému nárůstu kvality a také úspoře času při možnosti paralelního provádění jednotlivých fází výstavby.

Optimální rozložení materiálu v rámci konkrétní konstrukce lze posuzovat z hlediska dvou odlišných úrovní, tzv. makroúrovni a mikroúrovni. Z důvodu značných výpočetních nároků při řešení obou úrovní současně se jejich řešení většinou odděluje, což vede k návrhu mikrostruktur přizpůsobených konkrétním vlastnostem, ne však konkrétnímu použití. Další nevýhodou uvedeného víceúrovňového přístupu je obtížnost předepsání kompatibility hran či stěn sousedních mikrotstrukturálních buněk, což znemožňuje uplatnitelnost v praxi.

Tato práce využívá aproximaci mikrostrukturálních buněk pomocí příhradových konstrukcí. Neperiodický skladebný plán je popsán pomocí vrcholového Wangova dláždění. Následně je zavedena dvouúrovňová optimalizace hledající optimální polohu buněk (dlaždic) a současně jejich topologii tak, aby byla maximalizována tuhost zadané konstrukce. Optimalizace kombinující genetický algoritmus s kónickým programováním druhého řádu je nakonec aplikována na názorný příklad nosníku namáhaného na ohyb.

Poděkování. Práce byla finančně podpořena projektem č. SGS16/037/OHK1/1T/11 Grantové Agentury ČVUT v Praze a projektem č. 14-00420S Grantové Agentury České republiky.

Literatura:

- [1] Ben-Tal A. and Nemirovski A., *Lectures on Modern Convex Optimization*, Society for Industrial and Applied Mathematics, 2001.
- [2] Bendsøe M. P. and Sigmund O., *Topology optimization: Theory, methods and applications*, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, second ed., 2003.
- [3] Lagae A. and Dutré P., *An alternative for Wang tiles: Colored edges versus colored corners*, ACM Transactions on Graphics, 25 (2006), pp. 1442–1459.

Multi-headway statistika systémů s kombinovanými potenciály

Jana Vacková*

* Katedra matematiky FJFI ČVUT v Praze, vackoja4@fjfi.cvut.cz

Abstrakt. V této práci normalizujeme a škálujeme hustotu pravděpodobnosti zobecněného inverzního Gaussova rozdělení (zn. GIG), zároveň přinášíme analytickou aproximaci škálovací konstanty, která zajišťuje její soulad s přesnou hodnotou i pro malé hodnoty parametru tohoto rozdělení. Vytváříme také generátor náhodných čísel z GIG rozdělení, který v závěrečné části po odvození multi-headway statistik tohoto systému využijeme pro numerické ověření správnosti těchto námi odvozených teoretických predikcí.

Poděkování. Děkuji mému školiteli doc. Mgr. Milanu Krbálkovi, Ph.D. nejen za celkové vedení této práce, ale také za nevyčerpatelný zápal během našich diskuzí, za poskytnutí neustálé hnací síly kupředu a za konzultace vedené vždy v příjemné atmosféře.

Literatura:

- [1] ABRAMOWITZ M, STEGUN I. A. *Handbook of Mathematical Functions*. [online]. 1970 [cit. 2016-02-07]. Dostupné z: http://people.math.sfu.ca/~cbm/aands/abramowitz_and_stegun.pdf, str. 378
- [2] HOBZA, Tomáš. *Pravděpodobnost a matematická statistika*. [online]. 2013 [cit. 2016-04-01]. Dostupné z: http://people.fjfi.cvut.cz/hobzatom/prst/prst_06112013.pdf
- [3] JORGENSEN, Bent. *Statistical properties of the generalized inverse Gaussian distribution*. New York: Springer-Verlag, c1982, 188 p. Lecture notes in statistics (Springer-Verlag), v. 9. ISBN 0387906657.
- [4] KRBÁLEK, Milan. *Theoretical predictions for vehicular headways and their clusters*, J. Phys. A: Math. Theor. **46** (2013), 445101.
- [5] KRBÁLEK, Milan. *Úlohy matematické fyziky*. 1. vyd. V Praze: České vysoké učení technické, 2012, 285 s. ISBN 9788001050002.
- [6] KRBÁLEK, Milan. *Teorie míry a Lebesgueova integrálu*. 1. vyd. V Praze: České vysoké učení technické, 2014, 145 s. ISBN 9788001056196.
- [7] LEHMANN, E. *Testing statistical hypotheses*. 2nd ed. New York: Springer-Verlag, 1997. Springer texts in statistics. ISBN 0387949194.

- [8] MIKYŠKA, Jiří. *Asymptotické metody*. Vyd. 1. V Praze: České vysoké učení technické, 2008. ISBN 9788001040614.
- [9] VACKOVÁ, Jana. *Statistická rigidita systémů s repulzivními potenciály*. Praha, 2015. Bakalářská práce. FJFI ČVUT v Praze.
- [10] VACKOVÁ, Jana. *Multi-headway statistika systémů s kombinovanými potenciály*. Praha, 2016. Výzkumný úkol. FJFI ČVUT v Praze.
- [11] VIRIUS, Miroslav. *Metoda Monte Carlo*. 1. vyd. V Praze: České vysoké učení technické, 2010, 233 s. ISBN 9788001045954.

Nesoutěžní příspěvky

Künzel model and boundary inverse problem

Jan Havelka*, Jan Sýkora[‡]

*Department of Mechanics, Faculty of Civil Engineering, Czech Technical University in Prague, jan.haveka.1@fsv.cvut.cz

[‡]Department of Mechanics, Faculty of Civil Engineering, Czech Technical University in Prague, jan.sykora.1@fsv.cvut.cz

Abstract. In order to obtain material properties of a given system it is convenient in many cases to perform only non-invasive, i.e. boundary measurements. Our interest is then focused on building materials and their functionality when exposed to heat and moisture. To describe the underlying phenomena of heat and moisture transfer we use Künzel model [1] with stochastic description of material [2, 3] properties for its relative simplicity and sufficient accuracy. For the inverse procedure we intend to utilize the Calderón's problem [4] framework which is regularly used in medical imaging as Electrical Impedance Tomography (EIT) [5] and is based on knowing Dirichlet-to-Neumann (DTN) or Neumann-to-Dirichlet (NTD) map.

Overall this work serves as a preliminary study of both aforementioned computational models and its goal is therefore to build up a solid foundations for further redefinition of both models in order to fit the realistic loading conditions for building structures.

Acknowledgement. The financial support of this research by the GA15-07299S and SGS16/037/OHK1/1T/11 is gratefully acknowledged.

Literatura:

- [1] H. M. Künzel. Simultaneous Heat and Moisture Transport in Building Components. Technical report, Fraunhofer IRB Verlag Stuttgart, 1995.
- [2] D. Xiu. Numerical methods for stochastic computations: a spectral method approach. Princeton University Press, 2010.
- [3] A. Keese. Numerical solution of systems with stochastic uncertainties. A general purpose framework for stochastic finite elements. PhD thesis, Department of Mathematics and Computer Science, TU Braunschweig, Germany, 2003.
- [4] A. P. Calderón, On an inverse boundary value problem, Seminar on Numerical Analysis and its Applications to Continuum Physics, Soc. Brasil. Mat., Rio de Janeiro, pp. 65–73, 1980.
- [5] M. Vauhkonen. Electrical impedance tomography and prior information. Kuopio University Publications C. Natural and Environmental Sciences 62, ISBN 951-781-700-2, ISSN 1235-0486, 1997.

Detekování více změn v sezónním chování časových řad

Hana Horáková *, Daniela Jarušková †

* Katedra matematiky FSv ČVUT, hana.horakova@fsv.cvut.cz

† Katedra matematiky FSv ČVUT, daniela.jaruskova@cvut.cz

Abstrakt. V našich předchozích příspěvcích jsme se zabývali detekováním změn v sezónním chování průtokových řad. Roční chod byl popsán vektorem parametrů, které odpovídaly Fourierovým koeficientům v případě, že jsme roční chod aproximovali lineární kombinací sinů a kosinů, nebo koeficientům v metodě hlavních komponent. Pro takto zvolené vektory jsme použili statistické metody pro detekci bodu změny. V těchto metodách se předpokládá, že v řadě došlo maximálně k jedné změně (AMOC). Pokud v řadě došlo k více změnám, síla použitých testů se zmenšuje. Existují však i testy, které se používají v případě, že očekáváme v řadě více změn. Příspěvek se zabývá použitím těchto testů pro detekci změn sezónního chování průtokových řad.

Poděkování. Příspěvek byl vypracován za finanční podpory Studentské grantové soutěže ČVUT č. g. SGS16/002/OHK1/1T/11 „Modelování a odhadování vícenásobných a postupných změn v časových řadách“.

Literatura:

- [1] Antoch J., Jarušková D.: *Testing for multiple change-points*. Computational Statistics 28, 2161-2184, 2013.
- [2] Berkes I., Gabrys R., Horváth L., Kokoszka P.: *Detecting changes in the mean of functional observations*. J.R. Stat. Soc. Ser. B stat. Methodol. 71, 2009, 927-946.
- [3] Horváth L., Kokoszka P., Steinebach J.: *Testing for changes in multivariate dependent observations with an application to temperature changes*. Journal of Multivariate Analysis 68, 1999, 96-119
- [4] Jarušková D.: *Statistical methods for detecting changes in mean annual cycle and their application to several runoff series of European rivers*. In: Proceedings of ICWRER 2013, DOI 10.5675/ICWRER 2013, 329-345.
- [5] Jarušková D., Horáková H., Satrapa L.: *Detection of non-stationarities of several small Czech rivers by statistical methods*. Civil Engineering Journal 1, 2015, DOI: 10.14311/CEJ.2015.01.0005.

Bayesian Identification of Aleatory Uncertainties Based on Hierarchical Modelling

Eliška Janouchová*, Anna Kučerová†

*Katedra mechaniky FSv ČVUT, eliska.janouchova@fsv.cvut.cz

†Katedra mechaniky FSv ČVUT, anicka@cml.fsv.cvut.cz

Abstract. Frequently used building materials have heterogeneous character which causes spatial variations of mechanical parameters (such as elastic modulus or yield stress) affecting the structural system behaviour under loading. This phenomenon can be observed during laboratory tests on a set of specimens made of the same heterogeneous material. Differences in morphology of the specimens induce a significant variability in observed values. Parameter identification of a heterogeneous material model can be formulated as a search for probabilistic description of its parameters providing the distribution of the model response corresponding to the distribution of the observed data, i.e. a stochastic inversion problem.

This contribution concentrates on identification of aleatory uncertainties representing the material heterogeneity from indirect experimental measurements. One of the identification approaches is based on choosing a particular type of probability density function of the identified aleatory quantities and the corresponding moments of this statistical model are provided by e.g. maximum likelihood method or perturbation method [1]. By considering the corresponding unknown statistical moments as uncertain random variables, the task changes to the probabilistic identification of these so-called hyperparameters of the distribution which can be inferred in the Bayesian way [2]. While the classical formulation of Bayesian inference enables to estimate unknown deterministic parameters together with corresponding epistemic uncertainties, the extension of the method into multilevel setting allows to infer also aleatory uncertainties [3].

Acknowledgement. This outcome was financially supported by the Czech Science Foundation, project No. 16-11473Y, and the Grant Agency of the Czech Technical University in Prague, grant No. SGS16/037/OHK1/1T/11.

References:

- [1] J. R. Fonseca, M. I. Friswell, J. E. Mottershead, A. W. Lees, Uncertainty identification by the maximum likelihood method, *Journal of Sound and Vibration*, 288 (2005) 587-599.
- [2] A. Tarantola, *Inverse problem theory and methods for model parameter estimation*, Philadelphia, PA: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2005.
- [3] J. B. Nagel, B. Sudret, A unified framework for multilevel uncertainty quantification in Bayesian inverse problems, *Probabilistic Engineering Mechanics*, 43 (2016) 68-84.

Integrace mikrostrukturálních vysoce oscilujících bázových funkcí

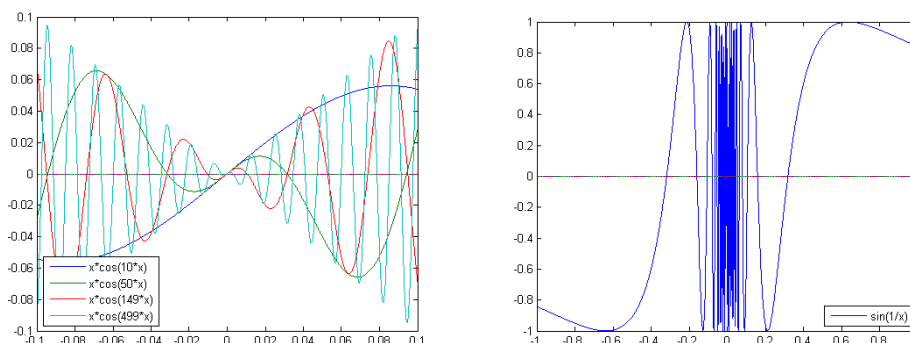
Martin Ladecký*, Jan Novák‡

*Fakulta stavební VUT v Brně, ladeckym@fce.vutbr.cz

‡Experimentálne centrum, Fakulta stavební ČVUT, novakj@cml.fsv.cvut.cz

Abstrakt. Táto práca sa zaoberá problémami spojenými s numerickou integráciou rýchlo oscilujúcich funkcií. Rozoberá klasické metódy a porovnáva ich s metódou Davida Levina[1],[2]. Levinova metóda je aplikovaná pri riešení Laplaceovej diferenciálnej rovnice, ktorá popisuje priehyb membrány. Na riešenie potenciálneho problému je použitá hybridná metóda konečných prvkov ktorá využíva Trefftzove bázové funkcie[3].

$$I = \int_a^b \mathbf{f}^\top(x) \mathbf{w}(rx) dx$$



Obrázek 1: Oscilujúce funkcie: $y = x \cos(rx)$ (vľavo), $y = \sin(\frac{1}{x})$ (vpravo)

Poděkování. V prvom rade ďakujem za finančnú podporu Grantovej agentúre českej republiky, projekt číslo 13-22230S.

Literatura:

- [1] D. Levin, Procedures for computing one-and two-dimensional integrals of functions with rapid irregular oscillations, *Mathematics of Computation* 38 (158) (1982) 531–538.
- [2] D. Levin, Fast integration of rapidly oscillatory functions, *Journal of Computational and Applied Mathematics* 67 (1) (1996) 95–101.
- [3] Q.-H. Qin, H. Wang, *Matlab and C programming for Trefftz finite element methods*, CRC Press, 2008.

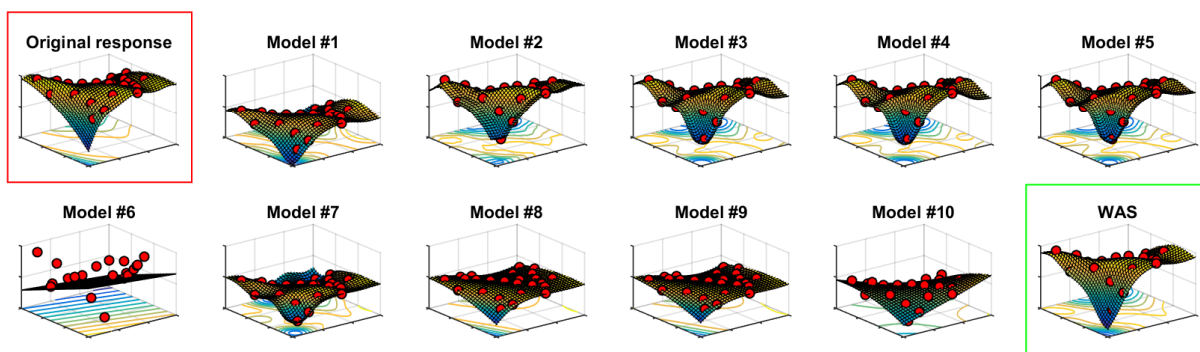
Kombinace paralelně konstruovaných meta-modelů

Eva Myšáková*, Matěj Lepš[‡]

*Katedra mechaniky FSV ČVUT, eva.mysakova@fsv.cvut.cz

[‡]Katedra mechaniky FSV ČVUT, leps@cml.fsv.cvut.cz

Abstrakt. Meta-modelování (angl. *meta-modeling* nebo *surrogate modeling*) je v současné době běžně používaným nástrojem pro analýzu chování komplexních systémů, jež jsou zpravidla popsány výpočetně náročnými modely. Meta-model (náhradní model) poskytuje odhad odezvy původního modelu ve zlomku času potřebného k vyhodnocení pomocí plného modelu a je proto vhodným prostředkem v případě nutnosti mnohočetného vyčíslení pro různé kombinace hodnot vstupních parametrů. Existuje mnoho typů meta-modelů a každý z nich je vhodný pro jiný typ úlohy. Na druhou stranu není možné vždy určit nejvhodnější typ meta-modelu předem. Nabízí se tak možnost paralelní konstrukce různých typů meta-modelů a jejich následné porovnání a kombinování. Typickou metodou tohoto typu je *PRESS Weighted Average Surrogate* [1] využívající predikci kvadratické chyby získané pomocí cross-validace k výpočtu vah pro lineární kombinaci odezev jednotlivých použitých meta-modelů. Tato metoda bude testována a ilustrována na několika dvoudimenzionálních příkladech za použití rozličných typů meta-modelů (Obrázek 1).



Obrázek 1: Ilustrace použití metody. Horizontální osy označují vstupní parametry, vertikální osa značí odezvu. Červené body označují trénovací data. V červeném rámečku je skutečná odezva systému, v zeleném odezva sestavená jako lineární kombinace odezev jednotlivých meta-modelů.

Poděkování. Tato práce byla podpořena grantem SGS16/037/OHK1/1T/11.

Literatura:

- [1] Viana F., Haftka R. & Steffen V. J., *Multiple surrogates: How cross-validation errors can help us to obtain the best predictor*. Structural and Multidisciplinary Optimization, 39, 4, p. 439-457, 2009.

Některé výsledky o stabilitě silných řešení Navierových-Stokesových rovnic

Jitka Píšová*

*Katedra matematiky FSV ČVUT, jitka.pisova@cvut.cz

Abstrakt. V příspěvku se zabýváme kvalitativními vlastnostmi silného řešení počátečně-okrajové nestlačitelné Navierovy-Stokesovy úlohy, která modelujeme proudění vazké nestlačitelné tekutiny na různých oblastech. Tento model je tvořen systémem Navierových-Stokesových rovnic a rovnice kontinuity, doplněnému počátečními a okrajovými podmínkami. Předpokládáme, že \mathbf{u} je silné řešení úlohy na časovém intervalu $(0, T)$ s počáteční rychlostí $\mathbf{u}(0)$. Zajímá nás, v jakých normách poskytují dostatečně malé perturbace počáteční rychlosti zadaného silného řešení opět silné řešení. V příspěvku je podán přehled výsledků pro řešení vyhovující různým typům okrajových podmínek. V závěru příspěvku jsou zmíněny otevřené otázky této problematiky.

Poděkování. Práce byla podpořena grantem Studentské grantové soutěže ČVUT v Praze č. SGS15/124/OHK1/2T/11 „Stabilita řešení Navierových-Stokesových rovnic s různými typy okrajových podmínek.“

Literatura:

- [1] Kučera P., Neustupa J.: *On perturbations of solutions to the Navier-Stokes equations with large initial data and their dynamics.* Nonlinear Analysis 71, e2690-e2695, 2009.
- [2] Kučera P., Neustupa J.: *On L^3 - stability of strong solutions to the Navier-Stokes equations with the Navier-type boundary conditions.* Journal of Mathematical Analysis and Applications 405, 731-737, 2013.

Některé modely přenosu tepla v proudící nestlačitelné tekutině

Petra Vacková*

* Katedra matematiky FSv ČVUT, petra.vackova@cvut.cz

Abstrakt. V příspěvku se zabýváme sestavením matematického modelu ustáleného proudění nestlačitelné tekutiny a přenosu tepla v této tekutině s tepelnou vodivostí a viskozitou závislou na teplotě. Model je sestaven pomocí Navierových-Stokesových rovnic, rovnice kontinuity a rovnice přenosu tepla v proudící tekutině. Na části hranice kanálu předepisujeme homogenní dirichletovskou podmínku pro rychlost tekutiny a dirichletovskou podmínku pro teplotu tekutiny, na vstupu a výstupu předepisujeme normálovou složku tenzoru napětí tekutiny a tepelný tok. Uvedeme výsledek pro existenci řešení takového modelu pro data, která jsou dostatečně malou perturbací dat známého řešení. **Poděkování.** Práce byla podpořena grantem Studentské grantové soutěže ČVUT v Praze č. SGS16/005/OHK1/1T/11 „Matematické modely proudění vazké nestlačitelné tekutiny a sdílení tepla v této tekutině“

Literatura:

- [1] Beneš M., Kučera P.: *On the Navier-Stokes flows for heat-conducting fluids with mixed boundary conditions*. Journal of Mathematical Analysis and Applications 389 (2012), no. 2, 769-780.

Editor	Stanislav Olivík
Název díla	Sborník abstraktů Studentské konference a Rektorysovy soutěže
Vydalo	České vysoké učení technické v Praze
Zpracovala	Fakulta stavební
Kontaktní adresa	Katedra matematiky, Stavební fakulta ČVUT v Praze, Thákurova 7, Praha 6
Tel.	+420 22435 4390
Počet stran	38
Vydání	1.

Neprodejně.

Praha 2016