



Katedra matematiky  
Fakulta stavební ČVUT v Praze

# **SBORNÍK**

## **abstraktů**

Studentské konference  
a  
**Rektorysovy soutěže**

11. listopadu 2022  
Praha

Vydavatel: Katedra matematiky, FSv ČVUT v Praze  
Praha 2022

Editor: Stanislav Olivík

Podpořeno grantem SGS ČVUT, SVK 01/22/F1

# Předmluva

Katedra matematiky Fakulty jaderné a fyzikálně inženýrské ČVUT opět pořádá Studentskou vědeckou konferenci, v jejímž rámci se koná Rektorysova soutěž. Připomeňme si, že v roce 2007 se konal 0. ročník, letos se koná již 15. ročník. Soutěž byla v minulých letech organizována buď našimi kolegy z Fakulty stavební ČVUT, nebo naší katedrou.

Letošní ročník se stejně jako v loňském roce koná jako videokonference online.

Prezentované práce jsou z různých oblastí aplikované matematiky. Mnoho z nich souvisí s bakalářskými, diplomovými nebo disertačními pracemi účastníků konference.

Organizátoři konference by zde rádi poděkovali především účastníkům konference a Rektorysovy soutěže, dále vedoucím studentských prací, recenzentům a členům odborné hodnotící poroty za jejich práci, která přispěla k vysoké úrovni a prestiži konference. Dále je potřeba zdůraznit významný přínos webmastera Studentské konference a Rektorysovy soutěže Stanislava Olivíka, bez jehož činnosti by se tato akce vůbec nemohla v této formě uskutečnit.

Organizace konference je financována z grantu SVK 01/22/F1 Studentské grantové soutěže ČVUT. Tímto bychom chtěli poděkovat grantové komisi za podporu organizace konference i Rektorysovy soutěže.

Informace o Studentské vědecké konferenci a Rektorysově soutěži lze nalézt na webových stránkách <https://mat.fsv.cvut.cz/rektorys/soutez/> .

V Praze dne 4. 11. 2022

Jiří Mikyška



## Karel Rektorys

Prof. RNDr. Karel Rektorys, DrSc. (1923-2004) působil na ČVUT od roku 1954 do roku 2004, tedy celých 50 let. Stal se významnou osobností mezi vědci. Proslavil se zejména metodou časové diskretizace při řešení parciálních diferenciálních rovnic. Profesor Rektorys měl obrovskou autoritu i jako pedagog. Jeho přednášky se staly fenoménem. Jako vystudovaný matematik dokázal překlenout hranice matematiky a inženýrských oborů. Podílel se například na projektu stavby Orlické přehrady. Byl autorem řady publikací, *Variační metody v inženýrských problémech* a *v problémech matematické fyziky*, *Metoda časové diskretizace a parciální diferenciální rovnice*, *Co je a k čemu je vyšší matematika*, a byl vedoucím kolektivu autorů světoznámého *Přehledu užití matematiky*.





# Obsah

## Soutěžní příspěvky

Jan Bureš	9
<i>Matematické modelování proudění krve v cévách</i>	
Michaela Diasová	12
<i>Systémy iterovaných funkcí a jejich invariantní množiny</i>	
Tomáš Halada	13
<i>Vliv okrajových podmínek v metodě SPH</i>	
Tomáš Hlavatý	14
<i>Development and Application of Solver for Non-isothermal Heterogeneously Catalyzed Reactive Flow</i>	
Dominik Horák	16
<i>Matematické modelování proudění a obtékání překážek pomocí mřížkové Boltzmannovy metody</i>	
Lenka Horvátová	17
<i>Matematické modelování transportu a přestupu kontrastní látky v problematice perfuze myokardu</i>	
Katarína Studeničová	19
<i>Properties of generalised Cantor base systems</i>	
Dominik Žurek	20
<i>Dynamika šíření signálu v excitovatelném prostředí</i>	

## Posudky na soutěžní příspěvky

Jan Bureš	23
Michaela Diasová	25
Tomáš Halada	26
Tomáš Hlavatý	27
Dominik Horák	28
Lenka Horvátová	30
Katarína Studeničová	32

Dominik Žurek

33

Nesoutěžní příspěvky

David Šilhánek

37

*Homogenization of the transport equation describing convection-diffusion processes in a material with fine periodic structure*



## **Soutěžní příspěvky**



# Matematické modelování proudění krve v cévách

Jan Bureš

\*Katedra matematiky FJFI ČVUT, buresj11@fjfi.cvut.cz

**Abstrakt.** Tato práce se zabývá matematickým modelováním proudění nestlačitelné newtonovské tekutiny se zaměřením na modelování proudění krve v cévách. Hlavním cílem je implementace metody integrace tenzoru napětí pro výpočet síly ve dvourozměrném modelu a implementace různých okrajových podmínek pro tělesa se zakřivenou hranicí. Jsou představeny matematické modely proudění nestlačitelné newtonovské a neneutronovské tekutiny vhodné pro modelování proudění krve. K řešení matematického modelu je zvolena mřížková Boltzmannova metoda, která je stručně popsána. Praktická část demonstruje výsledky numerických simulací prováděných na testovací úloze, které jsou porovnány s referenčními hodnotami dostupnými z literatury. Dále je demonstrován implementovaný modul sloužící k diskretizaci křivek a následnému generování různých geometrií. Implementace metody integrace tenzoru napětí a okrajových podmínek byla úspěšná, získané výsledky odpovídají referenčním hodnotám.

## Literatura:

- [1] E. Rubtsova, A. Markov, S. Selishchev, J. H. Karimov a D. Telyshev. „Mathematical modeling of the fontan blood circulation supported with pediatric ventricular assist device”. *Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering*, 24(6):653–662, 2021.
- [2] V. Chaloupecký. „Nemocný s funkčně jedinou srdeční komorou”. FN Motol, Praha, 2004. <http://pelikan.lf2.cuni.cz/2003-2004/kveten-cerven2004-12roc-cl6.htm>
- [3] Y. Delorme, K. Anupindi, A.-E. Kerlo, D. Shetty, M. Rodefeld, J. Chen, S. Frankel. „Large eddy simulation of powered Fontan hemodynamics. Journal of Biomechanics”. *Journal of Biomechanics*, 46(2):408–422, 2013.
- [4] T. M. J. van Bakel, K. D. Lau, J. Hirsch-Romano, S. Trimarchi, A. L. Dorfman a C. A. Figueroa. „Patient-specific modeling of hemodynamics: Supporting surgical planning in a fontan circulation correction”. *Journal of Cardiovascular Translational Research*, 11(2):145–155, 2018.
- [5] C. Wang, K. Pekkan, D. de Zélicourt, M. Horner, A. Parihar, A. Kulkarni, A. P. Yoganathan. „Progress in the CFD modeling of flow instabilities in anatomical total cavopulmonary connections”. *Annals of Biomedical Engineering*, 35(2):1840–56, 2007.
- [6] R. Chabiniok, K. Škardová, R. Galabov, P. Eichler, M. Gusseva, et al. „Translational cardiovascular modeling: Tetralogy of fallot and modeling of diseases”. In *Modeling Biomaterials*. 2021.

- [7] M. Schäfer, S. Turek, F. Durst, E. Krause a R. Rannacher. „Benchmark computations of laminar flow around a cylinder”. s. 547–566, 1996.
- [8] T. Krüger, et al. *The Lattice Boltzmann Method*. Springer International Publishing, 2017.
- [9] T. Inamuro, K. Maeba a F. Ogino. „Flow between parallel walls containing the lines of neutrally buoyant circular cylinders”. *International Journal of Multiphase Flow*, 26(12):1981–2004, 2000.
- [10] K. Suzuki, K. Ishizaki a M. Yoshino. „Local force calculations by an improved stress tensor discontinuity-based immersed boundary–lattice boltzmann method”. *Physics of Fluids*, 33(4):047104, 2021.
- [11] J. Latt. „Hydrodynamic limit of lattice boltzmann equations”. Disertační práce, Université de Genève, 2007.
- [12] Y. A. Cengel a J. M. Cimbala. *Fluid mechanics: Fundamentals and applications*. McGraw-Hill Education, Columbus, OH, 4 edition, 2017.
- [13] J. D. Anderson. *Computational Fluid Dynamics*. McGraw-Hill series in mechanical engineering. McGraw-Hill Professional, New York, NY, 1995.
- [14] J. Boyd, J. M. Buick a S. Green. „Analysis of the casson and carreau-yasuda non-newtonian blood models in steady and oscillatory flows using the lattice boltzmann method”. *Physics of Fluids*, 19(9):093103, 2007.
- [15] L. D. Landau a E. M. Lifshits. *Fluid Mechanics*. Elsevier Science, London, England, 2013.
- [16] M. Geier, M. Schönherr, A. Pasquali a M. Krafczyk. „The cumulant lattice boltzmann equation in three dimensions: Theory and validation”. *Computers and Mathematics with Applications*, 70(4):507–547, 2015.
- [17] D. D’Humières. „Generalized lattice-boltzmann equations”. In *Rarefied Gas Dynamics: Theory and Simulations*, s. 450–458. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1994.
- [18] M. Geier, A. Greiner a J. G. Korvink. „Cascaded digital lattice boltzmann automata for high reynolds number flow”. *Physical Review E*, 73(6), 2006.
- [19] I. V. Karlin, A. Ferrante a H. C. Öttinger. „Perfect entropy functions of the lattice boltzmann method”. *Europhysics Letters (EPL)*, 47(2):182–188, 1999.
- [20] R. Mei, D. Yu, W. Shyy a L.-S. Luo. „Force evaluation in the lattice boltzmann method involving curved geometry”. *Physical Review E*, 65(4), 2002.

- [21] Z. Guo a S. Chang. *Lattice Boltzmann method and its application in engineering*. Advances In Computational Fluid Dynamics. World Scientific Publishing, Singapore, Singapore, 2013.
- [22] T. Inamuro, M. Yoshino a F. Ogino. „Accuracy of the lattice boltzmann method for small knudsen number with finite reynolds number”. *Physics of Fluids*, 9(11):3535–3542, 1997.
- [23] K. Suzuki a M. Yoshino. „A stress tensor discontinuity-based immersed boundary-lattice boltzmann method”. *Computers and Fluids*, 172:593–608, 2018.
- [24] M. Bouzidi, M. Firdaouss a P. Lallemand. „Momentum transfer of a boltzmann-lattice fluid with boundaries”. *Physics of Fluids*, 13(11):3452–3459, 2001.
- [25] D. Yu, R. Mei a W. Shyy. „A unified boundary treatment in lattice boltzmann method”. In *41st Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2003.
- [26] J. D. Eisenberg. *SVG Essentials*. O’Reilly Media, Sebastopol, CA, 2002.
- [27] P. Koopman. „Bresenham line-drawing algorithm”. *Forth Dimensions*, 8(6):12–16, 1987.

# Systemy iterovaných funkcí a jejich invariantní množiny

Michaela Diasová\*

\*Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská, ČVUT v Praze, diasomic@fjfi.cvut.cz

**Abstrakt.** Tato práce se zabývá systémy iterovaných funkcí (IFS), jejich invariantními množinami a chaotickým algoritmem, který slouží k jejich zobrazování. Aby bylo možné tyto množiny zkoumat, jsou zde definovány induktivní, Hausdorffova, podobnostní a mřížková dimenze a jsou dokázány některé nerovnosti platící mezi nimi. Následně jsou zkoumány změny v invariantních množinách, které jsou způsobeny rekurentními IFS. V závěrečné části je představena aproximace mřížkové dimenze pro některé z těchto množin.

# Vliv okrajových podmínek v metodě SPH

Tomáš Halada\*

\*Ústav technické matematiky, Fakulta Strojní, ČVUT v Praze, tomas.halada@fs.cvut.cz

**Abstrakt.** Rozvíjeným tématem je vliv realizace okrajových podmínek v bezsíťové částicové metodě Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) s ohledem na problémy proudění s volnou hladinou. Práce vychází z třírozměrných simulací na komplexních geometriích výtokových objektů čerpacích a turbínových stanic řešených pomocí metody SPH. Problémy spojené s realizací okrajových podmínek motivovaly studium provedení pevných stěn i vstupů a výstupů. Na několika testovacích příkladech je zkoumán vliv pokročilých realizací okrajových podmínek pro pevné stěny a vstupy a výstupy při zohlednění vlivu volné hladiny. Mimo to je rozebírána alternativní formulace SPH metody založena na částečně Lagrangeovské a částečně Eulerovské formulaci (ALE-SPH), odstraňující některé z nedostatků klasické varianty SPH metody.

# Development and Application of Solver for Non-isothermal Heterogeneously Catalyzed Reactive Flow

Tomáš Hlavatý\*

\*Department of Technical Mathematics, Faculty of Mechanical Engineering CTU,  
Technická 4, Prague 6, Dejvice, 160 00, hlavaty@it.cas.cz

**Abstract.** An increasing number of vehicles and higher interest in ecology lead to tightening of laws on automotive exhaust gas aftertreatment, and to fulfill the new legislation, currently used cleanup devices (CD) need to be optimized. In the present work, we aim to provide a computational framework to study the dependence of the CD characteristics, i.e. the pressure loss and the conversion of gaseous pollutants, on its local properties like pore structure or catalyst distribution. Previously, we built an isothermal computational fluid dynamics (CFD) model of the flow and conversion of gaseous pollutants inside the CD. However, the reactions occurring inside the CD are exothermic and the assumption of constant temperature proved to be too restricting for real-life applications of the developed isothermal CFD model. Thus, in this work, we extend the framework by the enthalpy balance, which requires combining all the transport equations (mass, momentum and enthalpy) in a single solver, the development of which is the main contribution of the present work. The new and more general solver provides results in good agreement with a well established (1+1)D channel model calibrated on experimental data and it allows studying more complex device-scale geometries of laboratory CD samples.

## References:

- [1] T. Hlavatý, M. Isoz a P. Kočí. “Developing a Coupled CFD Solver for Mass, Momentum and Heat Transport in Catalytic Filters”. In: ún. 2022, s. 79–86.
- [2] T. Hlavatý. “Developing a non-isothermal numerical model for multi-scale simulations of catalytic filters for automotive exhaust gas aftertreatment”. Dipl. pr. University of Chemistry a Technology, Prague, 2022.
- [3] M. Plachá et al. “Pore-scale filtration model for coated catalytic filters in automotive exhaust gas aftertreatment”. In: *Chem. Eng. Sci.* 226 (2020), s. 115854.
- [4] B. A. A. L. van Setten, M. Makkee a J. A. Moulijn. “Science and technology of catalytic diesel particulate filters”. In: *Cat. Rev.* 43.4 (2001), s. 489–564.
- [5] B. W. L. Southward, S. Basso a M. Pfeifer. “On the Development of Low PGM Content Direct Soot Combustion Catalysts for Diesel Particulate Filters”. In: *SAE Int.* (2010).
- [6] T. Maunula et al. “Catalyzed Particulate Filters for Mobile Diesel Applications”. In: *SAE Int.* (2007).



- [7] P. Kočí et al. “3D reconstruction and pore-scale modeling of coated catalytic filters for automotive exhaust gas aftertreatment”. In: *Cat. Today* 320 (2017), s. 165–174.
- [8] M. Leskovjan et al. “Multiscale Modeling and Analysis of Pressure Drop Contributions in Catalytic Filters”. In: *Ind. Eng. Chem. Res.* 60.18 (2021), s. 6512–6524.
- [9] M. Schejbal et al. “Modelling of soot oxidation by NO<sub>2</sub> in various types of diesel particulate filters”. In: *Fuel* 89 (2010), s. 2365–2375.
- [10] T. Hlavatý et al. “Geometrically Realistic Macro-Scale Model for Multi-Scale Simulations of Catalytic Filters for Automotive Gas Aftertreatment”. In: ún. 2020, s. 82–89.
- [11] E. N. Fuller, P. D. Schettler a J. C. Giddings. “New method for prediction of binary gas-phase diffusion coefficients”. In: *Ind. Eng. Chem. Res.* 58.5 (1966), s. 18–27.
- [12] OpenCFD. *OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox. User Guide Version 1.4*, OpenCFD Limited. Reading UK, 2007.
- [13] M. Isoz. “Dynamics of rivulets and other multiphase flows”. Dis. pr. University of Chemistry a Technology, Prague, srp. 2018.
- [14] F. Moukalled, M. Darwish a L. Mangani. *The finite volume method in computational fluid dynamics: an advanced introduction with OpenFOAM and Matlab*. 1. vyd. Berlin, Germany: Springer-Verlag, 2016. ISBN: 978-3-319-16874-6.
- [15] T. Hlavatý. *Developing a reliable macro-scale CFD model for multi-scale simulations of catalytic filters for automotive exhaust gas aftertreatment*. 2020.
- [16] V. Novák et al. “Multi-scale modelling and measurements of diffusion through porous catalytic coatings: An application to exhaust gas oxidation”. In: *Cat. Today* 188.1 (2012), s. 62–69.
- [17] *Monolith Research Group*. <http://monolith.vscht.cz/?jazyk=cs>. Accessed: 2022-05-08.

# Matematické modelování proudění a obtékání překážek pomocí mřížkové Boltzmannovy metody

Dominik Horák\*

\*Katedra matematiky FJFI ČVUT, horakdo1@fjfi.cvut.cz

**Abstrakt.** Tato práce se zabývá matematickým modelováním proudění nestlačitelné newtonovské tekutiny a studiem obtékání pevných překážek. Hlavním cílem této práce je implementace výpočtu síly metodou výměny hybnosti pro 2D a 3D model. Chování výpočtu síly je ověřeno na úloze s referenčními výsledky publikovanými v literatuře. V teoretické části je představen matematický model proudění nestlačitelné newtonovské tekutiny spolu se shrnutím základních aerodynamických pojmů. Ve druhé části se čtenář seznámí s mřížkovou Boltzmannovou metodou (LBM) a poslední část je věnována diskuzi aplikace LBM s implementovaným výpočtem síly na vhodně zvolenou testovací úlohu. Implementace metody výměny hybnosti do LBM kódu byla úspěšná v obou modelech a obdržené výsledky odpovídají referenčním výsledkům v literatuře.

**Poděkování.** Chtěl bych zde poděkovat především svému školiteli doc. Ing. Radku Fučíkovi, Ph.D. za ochotu, vstřícnost, neskutečnou pečlivost, trpělivost, zázemí a v neposlední řadě také za neocenitelné rady při tvorbě této práce.

## Literatura:

- [1] Krüger, T., Kusumaatmaja, H., Kuzmin, A., Shardt, O., Silva, G. a Viggien, E. M., *The lattice Boltzmann method*, Vol. 10, Springer International Publishing, 2017.
- [2] Zou, Q., Hou, S., Chen, S. a Doolen, G. D., *A improved incompressible lattice Boltzmann model for time-independent flows*, Vol. 81, Journal of Statistical Physics, 1995.
- [3] Guo, Z. a Shu, C., *Lattice Boltzmann method and its application in engineering*, in Sv. 3. World Scientific, 2013.
- [4] Katz, J., *Race car aerodynamics: designing for speed*. R. Bentley, 1993.
- [5] Schäfer, M., Turek, S., Durst, F., Krause, E. a Rannacher, R., *Benchmark computations of laminar flow around a cylinder*, in Flow simulation with high-performance computers II, Springer, 1996.

# Matematické modelování transportu a přestupu kontrastní látky v problematice perfuze myokardu

Lenka Horvátová\*

\*Katedra matematiky FJFI ČVUT, horvalen@fjfi.cvut.cz

**Abstrakt.** Tato práce se zabývá matematickým modelováním situací vznikajících při perfuzi myokardu pomocí vpuštění kontrastní látky. Popis transportu a přestupu kontrastní látky z cévy do mimocévního prostředí je rozdělen do dvou úloh. Nejdříve je céva uvažována jako bod a mimocévní prostředí představuje jednorozměrnou oblast, a poté se zaměříme na jednorozměrnou cévu a dvourozměrné mimocévní prostředí. Pro tento matematický model uvažujeme nestlačitelnou newtonovskou tekutinu, na kterou nepůsobí žádné vnější síly. Mimocévní prostředí uvažujeme porézní a rigidní. Hlavním cílem této práce je řešení úlohy transportu a přestupu kontrastní látky v jednorozměrné a dvourozměrné oblasti za použití metody konečných diferencí. Přestup kontrastní látky z cévy do mimocévního prostředí a naopak bude modelován pomocí metody vnořené hranice.

**Poděkování.** Chtěla bych zde poděkovat především svému školiteli doc. Ing. Radku Fučíkovi, Ph.D. za pečlivost, ochotu, vstřícnost, cenné rady a odborné i lidské zázemí při vedení mé práce.

## Literatura:

- [1] E. Vitásek: *Numerické metody*. SNTL-Nakladatelství technické literatury (1987).
- [2] Z. Chen, G. Huan, Y. Ma: *Computational methods for multiphase flows in porous media*. Society for Industrial and Applied Mathematics (2006).
- [3] M. Huysmans, A. Dassargues: *Review of the use of Péclet numbers to determine the relative importance of advection and diffusion in low permeability environments*. Hydrogeology Journal (2005), s. 895-904.
- [4] A. N. Cookson, J. Lee, C. Michler, R. Chabiniok, E. Hyde, D. Nordsletten, N. Smith: *A Spatially-Distributed Computational Model to Quantify Behaviour of Contrast Agent in MR Perfusion Imaging*. Medical Image Analysis 18 (2014), s. 1200-1216.
- [5] R. Fučík, J. Kovář, K. Škardová, O. Polívka, R. Chabiniok: *Lattice Boltzmann Approach to Mathematical Modeling of Myocardial Perfusion*. V recenzi v International Journal for Numerical Methods in Biomedical Engineering.
- [6] J. Kumar, M. Peglow, G. Warnecke, S. Heinrich, L. Morl: *Improved accuracy and convergence of discretized population balance for aggregation: The cell average technique*. Chemical Engineering Science (2006), s. 3327-3342.

- [7] C. S. Peskin: *The immersed boundary method*. Acta Numerica (2002), s. 479-517.
- [8] R. J. LeVeque: *Finite Difference Methods for Differential Equations*. AMath 585-6 (1998).
- [9] *Myokardinfarkt (rezidiviert)*. Heidelberg university. Navštíveno 31.3.2022. URL: <https://eliph.klinikum.uni-heidelberg.de/allg/57/myokardinfarkt-rezidiviert>.
- [10] H. Karahan: *Unconditional stable explicit finite difference technique for the advection-diffusion equation using spreadsheets*. Advances in Engineering Software (2007), s. 80-86.
- [11] R. Fučík, P. Eichler, R. Straka, P. Pauš, J. Klinkovský, T. Oberhuber: *On optimal node spacing for immersed boundary-lattice Boltzmann method in 2D and 3D*. Computer and Mathematics with Applications 77 (2019), s. 1144-1162.
- [12] J. Kovář: *Matematické modelování proudění tekutin a transportu kontrastní látky v cévách*. Bakalářská práce. České vysoké učení technické v Praze (2020).
- [13] P. Eichler: *Matematické modelování interakce elastického tělesa s nestlačitelnou tekutinou*. Diplomová práce. České vysoké učení technické v Praze (2018).
- [14] T. Sauer, O. Runborg: *Numerical analysis*. Pearson (2011).

# Properties of generalised Cantor base systems

Katarína Studeničová\*

\*Katedra matematiky FJFI ČVUT, studekat@fjfi.cvut.cz

**Abstrakt.** Studujeme nedávno definované poziční numerační systémy, takzvané systémy se zobecněnou Cantorovou bází. Tyto systémy zahrnují známé Cantorovy rozvoje reálných čísel (když je báze posloupnost přirozených čísel) a také Rényiho rozvoje v bázi beta (když je báze konstantní posloupnost). Speciálně zkoumáme případ systémů s alternující bází, tedy systémů s bází, která je čistě periodická. Zkoumáme analogii dvou důležitých výsledků známých pro Rényiho rozvoje, konkrétně Parryho větu o reprezentacích 1 a Schmidtovu větu o periodicitě beta rozvoje.

# Dynamika šíření signálu v excitovatelném prostředí

Dominik Žurek\*

\*Katedra matematiky FJFI ČVUT, zurekdom@fjfi.cvut.cz

**Abstrakt.** Matematické modely v elektrokardiologii jsou nástrojem, který by v budoucnu mohl snížit velké množství obětí kardiovaskulárních onemocnění. V práci je uveden stručný přehled fyziologie srdce s důrazem na elektrofyziologii. Jsou představeny modely popisující akční potenciál, mezi které patří Hodgkinův–Huxleyho a FitzHughův–Nagumův model. Ve třetí kapitole je nalezeno analytické řešení lineární difuzní rovnice a slabé řešení nelineární úlohy. V poslední části jsou provedeny numerické výpočty rovnice vedení tepla v jedné a dvou dimenzích, Allenovy–Cahnovy rovnice a FitzHughova-Nagumova modelu pomocí metody konečných diferencí.

## Literatura:

- [1] Colli Franzone, Piero and Pavarino, Luca Franco a Scacchi, Simone: *Mathematical Cardiac Electrophysiology*. Springer International Publishing, 2014.
- [2] Kogan, Boris Ja.: *Introduction to Computational Cardiology*. Springer US, 2010.
- [3] Smoller, J.: *Shock waves and reaction-diffusion equations*. Springer, 1994.
- [4] Tichonov, Andrej Nikolajevič a Samarskij, Aleksandr Andrejevič: *Rovnice matematické fyziky*. Nakladatelství Československé akademie věd, 1955.

## **Posudky na soutěžní příspěvky**







Posudek na soutěžní práci Rektorysovy soutěže 2022 studenta FJFI ČVUT v Praze

**Bc. Jana Bureše**

## **Matematické modelování proudění krve v cévách**

### **Shrnutí obsahu práce**

Předložená soutěžní práce se zabývá matematickým modelováním proudění v cévách pomocí mřížkové Boltzmannovy metody (LBM). V širším pohledu je toto téma motivováno zkoumáním použitelnosti LBM v matematickém modelování úloh proudění v cévách s ohledem na problematiku paliativních napojení systémových žil do plicní cirkulace ve spolupráci s nemocnicemi IKEM v Praze (doc. Ing. Jaroslav Tintěra, CSc.) a University of Texas Southwestern Medical Center v Dallasu (MUDr. Mgr. Radomír Chabiniok, Ph.D.).

Mezi cíle práce patřilo: a) seznámení se s danou problematikou, b) studium a sestavení matematického modelu proudění krve v cévách, c) seznámení se s možnostmi využití metody LBM pro řešení dané úlohy, d) nastudování implementace LBM na GPU a provedení potřebných modifikací stávajícího kódu LBM vyvíjeného na KM FJFI ČVUT v Praze pro simulaci dvourozměrného proudění newtonovské tekutiny.

Práce je přehledně rozdělena do tří kapitol dobře pokrývajících výše zmíněná témata a jednotlivé cíle. V první kapitole je shrnut matematický model proudění tekutin, definovány základní pojmy, popsány newtonovské modely krve pro případné budoucí použití a formulovány základní předpoklady matematického modelu použitého v práci. Ve druhé kapitole je přehledně shrnuta numerická metoda LBM, popsána metoda integrace tenzoru napětí pro výpočet silového působení tekutiny na obtékané těleso, rozbrány počáteční a okrajové podmínky a popsán způsob diskretizace lagrangeovsly popsané hranice v rámci eulerovské výpočetní mřížky LBM, a to včetně poznámek k implementaci. Ve třetí kapitole je pak na zvolených testovacích úlohách prozkoumána správnost a věrohodnost numerické metody pro různé nastavení časové a prostorové diskretizace a analyzováno rozložení silového působení v oblasti reprezentující aortální stenózu.

### **Dosažené výsledky**

V práci se studentovi povedlo dosáhnout celé řady původních výsledků, z nichž mezi nejvýznamnější patří:

1. seznámení se s problematikou matematického modelování proudění krve v cévách,
2. seznámení se s metodou LBM a studium pokročilých okrajových podmínek pro LBM,

3. seznámení se s implementací LBM na GPU v rámci kódu vyvíjeného na KM ČVUT v Praze, implementace pokročilých okrajových podmínek a modifikace tohoto kódu pro účely výpočtu silového působení metodou integrace tenzoru napětí,
4. návrh a implementace pomocného kódu pro práci s křivkami a jejich použití k reprezentaci hranice tělesa nebo cévy ve výpočetní mřížce,
5. provedení velkého množství simulací na GPU zkoumajících vliv časoprostorové diskretizace, použité přesnosti, různých typů okrajových podmínek LBM a různých způsobů výpočtu aproximace tenzoru napětí.

V Praze dne 19. října 2022

**doc. Ing. Radek Fučík, Ph.D.**



**Posudek školitele na práci**

**Matematické metody fraktální geometrie**

studentka 3. ročníku NMS MI Bc. **Michaela Diasová**

Předkládaná práce vznikla v rámci výzkumu nelineární dynamiky a její geometrické analýzy. Cílem práce bylo zkoumání geometricky složitých množin daných iteračními soubory funkcí.

Úvodem studentka zmiňuje příklady takových množin v souvislosti s kontextem práce věnované využití souborů iterovaných funkcí. Vlastnostem těchto souborů, také v rámci Hausdorffova nadprostoru, možnostem podrobného nastavení iteračního procesu v tzv. chaotickém algoritmu a stavu soudobého poznání je věnována druhá kapitola.

Třetí kapitola zkoumá popis invariantních množin pocházejících ze souborů iterovaných funkcí pomocí topologické, Hausdorffovy, podobnostní a mřížkové dimenze. Jsou zde uvedeny možnosti výpočtu těchto dimenzí a jejich vzájemná srovnání.

Poslední kapitola uvádí vlastnosti algoritmické aproximace invariantních množin pomocí chaotického algoritmu, přehled jednotlivých výsledků a nalezení aproximace mřížkové dimenze pro tyto množiny.

Na daném tématice pracovala studentka pravidelně, do značné míry samostatně a s jasným odborným cílem, aktivně využila doporučené literatury a dalších informačních zdrojů a vlastních zkušeností získaných v průběhu studia. Pečlivě shromáždila teoretické výsledky z různých matematických oblastí a v případech uvedených výše s nimi aktivně pracovala. Příkladem jsou vlastnosti Hausdorffových nadprostorů a výpočet Hausdorffovy dimenze pomocí dimenze podobnostní v případech vymezených příslušnými tvrzeními.

Studentka v práci dosáhla zajímavých a hodnotných vlastních výsledků. Z nich zmiňuji jako příklad algoritmickou aproximaci invariantních množin, odhad jejich mřížkové dimenze a podklady pro integraci na fraktálních množinách. Práci považuji za velmi perspektivní a plně ji doporučuji do Rektorysovy soutěže ČVUT.

V Praze dne 31. října 2022

Michal Beneš

# Posudek

na práci ing. Tomáše Halady

## Vliv okrajových podmínek v metodě SPH

Okrajové podmínky v metodě SPH jsou jsou jeden z nejdůležitějších a stále otevřených problémů této metody. Podle mezinárodní organizace SPHERIC se jedná o jedno z pěti nejdůležitějších témat spojených s SPH. Vlastní inspiraci pro tuto práci byla autorovi jeho práce na simulacích trojrozměrného proudění s volnou hladinou vtokových objektů čerpacích stanic (různě tvarované přepady a jezy), které prováděl ve spolupráci s Centrem hydraulického výzkumu, ve kterých se mnohdy standardní implementace okrajových podmínek ukázaly jako nevhodné.

Diplomová práce, kromě na úrovni učebnice psaného úvodu do SPH metody, obsahuje dvě stěžejní části. V první najdeme odvození a vlastnosti nejmodernějších formulací okrajových podmínek (OP) pro realizaci vstupu, výstupu a stěny. Autor všechny okrajové podmínky otestoval na pečlivě zvolených příkladech s cílem dokumentovat jejich vhodnost pro různé typy výpočtů. Takovéto srovnání, zejména v případě nejnovějších OP nebylo dosud realizováno a publikováno. Ve svém zkoumání se zaměřil zejména na nefyzikální, parazitivní pohyb částic způsobených vlivem stěny a volné hladiny. Vše je pečlivě promyšleno a dokumentováno.

V další části je odvozeno a otestováno nové schéma vycházející z ALE SPH formulace a založené na přibližném řešení Riemannova problému. Schéma, vytvořené podle návrhu autora, vykazuje výrazně lepší vlastnosti než standardní formulace.

Dále nutné ocenit, že autor veškeré testovací práce uskutečnil na vlastní, pečlivě otestované, implementaci SPH metody pro GPU.

Veškerá zde obsažená práce je prací a myšlenkou autora. Práce vznikla díky jeho snaze hlouběji porozumět fungování SPH metody, jeho snaze definovat a, alespoň částečně, odstranit problémy zde vznikající. Vedoucí práce měl zde za úkol ořezávat občas příliš rozkošatělou práci a směřovat autora k nějakému ucelenému tvaru. Ovšem již teď se některé uříznuté větve ukazují jako životaschopné.

Získané výsledky byly sdíleny s vývojáři DualSPHysics a část z nich byla prezentována na mezinárodní konferenci ESCO 2022, kde byl příspěvek oceněn jako nejlepší studentská práce (v kategorii doktorandů, byť se jedná o výsledky diplomové práce) a zaslán k publikaci do impaktovaného časopisu. Dále je potřeba ocenit preciznost a velkou čtivost textu, která nebývá u matematických prací obvyklá.

Asi největším štěstím a zadostiučiněním pro každého vedoucího práce je, pokud inspirace přichází od studenta. A to zde jistě bylo.

Doc. Ing. Luděk Beneš, Ph.D.

## Posudek školitele k příspěvku

### Development and Application of Solver for Non-isothermal Heterogeneously Catalyzed Reactive Flow

Autor práce: Ing. Tomáš Hlavatý

Školitel: prof. Ing. Petr Kočí, Ph.D., VŠCHT Praha

Příspěvek Ing. Tomáše Hlavatého navazuje na jeho diplomovou práci úspěšně obhájenou letos v létě. Věnuje se vývoji numerického CFD řešiče pro 3D neizotermní proudění plynu v doméně s prakticky libovolnou geometrií, kombinovaného s difúzí, chemickou reakcí, která probíhá s nelineární kinetikou na pevném porézním katalyzátoru. Reakce je zdrojem složek plynu, vyvolává koncentrační gradienty vedoucí k difúznímu toku a ovlivňuje i rozložení teplot v systému díky reakční entalpii. Jedná se tedy o poměrně složitou problematiku, kombinující několik fyzikálních a chemických jevů.

Ing. Tomáš Hlavatý vyvíjel a programoval řešič v prostředí OpenFOAM zcela samostatně. Školitel poskytoval pouze zpětnou vazbu ohledně kvantifikace jednotlivých dějů a poskytl pro srovnání zjednodušený 1D model kanálků katalytického monolitického reaktoru pro konverzi výfukových plynů. Vnitřní struktura vyvinutého řešiče a zvolené iterační schéma propojující řešení toku, reakce s difúzí a transport tepla jsou samostatným tvůrčím dílem studenta.

Po ověření byl řešič použit na simulace vlivu vzorkovací kapiláry pokročilého analyzátoru SpaciMS zasunuté do vybraného kanálku reaktoru. Vzorkovací kapilára ovlivňuje tok kanálkem, a tedy i měřenou konverzi. Podařilo se kvantifikovat odchylku měřené a střední hodnoty koncentrace CO v kanálku v závislosti na konfiguraci kapiláry, což představuje významný aplikační výsledek umožňující zpřesnění prováděných experimentů. Související vědecká publikace v impaktovaném časopise je v přípravě.

Na základě výše uvedených skutečností plně doporučuji příspěvek Ing. Tomáše Hlavatého do soutěže o Rektorysovu cenu.

V Praze, 3. 11. 2022

Prof. Ing. Petr Kočí, Ph.D.



Posudek na soutěžní práci Rektorysovy soutěže 2022 studenta FJFI ČVUT v Praze

**Bc. Dominika Horáka**

## **Matematické modelování proudění a obtékání překážek pomocí mřížkové Boltzmannovy metody**

### **Shrnutí obsahu práce**

Předložená soutěžní práce se zabývá matematickým modelováním proudění a obtékání překážek pomocí mřížkové Boltzmannovy metody (LBM). V širším pohledu je toto téma motivováno zkoumáním použitelnosti LBM v matematickém modelování úloh subsonického proudění a transportu v motorsportu ve spolupráci s Ing. Petrem Furmánkem Ph.D., který v současnosti působí v týmu Scuderia AlphaTauri S.p.A.

Mezi cíle práce patřilo: a) studium matematického modelování proudění tekutin, b) sestavení matematického modelu izotermálního subsonického proudění a formulace úlohy pro případ dvourozměrné prostorové aproximace, c) seznámení se s LBM pro řešení dané úlohy, d) nastudování implementace LBM na GPU a provedení potřebných modifikací stávajícího kódu LBM vyvíjeného na KM FJFI ČVUT v Praze a konečně e) otestování implementace LBM na vhodně zvolené testovací úloze.

Práce je přehledně rozdělena do tří kapitol dobře pokrývajících výše zmíněná témata a jednotlivé cíle. V první kapitole je shrnut matematický model proudění tekutin, definovány základní pojmy a formulovány úlohy ve 2D a 3D. Ve druhé kapitole je přehledně shrnuta numerická metoda LBM a popsána metoda výměny hybnosti pro výpočet silového působení tekutiny na obtékané těleso, a to včetně její implementace. Ve třetí kapitole je pak na zvolené testovací úloze ve 2D a 3D prozkoumána správnost a věrohodnost numerické metody pro různé nastavení časové a prostorové diskretizace.

### **Dosažené výsledky**

V práci se studentovi povedlo dosáhnout celé řady užitečných výsledků, z nichž mezi nejvýznamnější patří:

1. seznámení se s netriviální problematikou subsonického turbulentního proudění vazkých tekutin,
2. seznámení se s metodou LBM a studium pokročilých okrajových podmínek pro LBM,
3. seznámení se s implementací LBM na GPU ve 2D a 3D v rámci kódu vyvíjeného na KM ČVUT v Praze, implementace pokročilých okrajových podmínek a modifikace tohoto kódu pro účely řešení testovacích úloh v rámci předložené práce,

4. provedení velkého množství simulací na GPU zkoumajících vliv časoprostorové diskretizace, použité přesnosti a různých typů okrajových podmínek LBM na hodnoty odporového a vztlakového koeficientu.

V Praze dne 19. října 2022

**doc. Ing. Radek Fučík, Ph.D.**



Posudek na soutěžní práci Rektorysovy soutěže 2022 studentky FJFI ČVUT v Praze

**Bc. Lenky Horvátové**

## **Matematické modelování transportu a přestupu kontrastní látky v problematice perfuze myokardu**

### **Shrnutí obsahu práce**

Předložená soutěžní práce se zabývá matematickým modelováním transportu kontrastní látky (KL) v proudící tekutině s aplikací v matematickém modelování perfuze myokardu. Toto téma patří k intenzivně studované problematice ve spolupráci s nemocnicemi IKEM v Praze (doc. Ing. Jaroslav Tintěra, CSc.) a University of Texas Southwestern Medical Center v Dallasu (MUDr. Mgr. Radomír Chabiniok, Ph.D.).

Mezi cíle práce patřilo: a) seznámení se s matematickým modelováním transportu a přestupu KL v problematice perfuze myokardu, b) návrh a formulace zjednodušeného modelu transportu a přestupu KL mezi intra- a extravaskulárním prostředím, c) studium a návrh vhodné numerické metody pro řešení dané úlohy a konečně d) implementace numerického schématu.

Práce je přehledně rozdělena do tří kapitol dobře pokrývajících výše zmíněná témata a jednotlivé cíle. V první kapitole je shrnut matematický model a popsána koncepce modelování přestupu KL mezi lagrangeovským a eulerovským popisem reprezentujících po řadě intra- a extravaskulární prostředí. Ve druhé kapitole jsou popsána numerická schémata v 1D a 2D založená na metodě konečných diferencí a popsán způsob spojitě aproximace Diracovy delta funkce. Ve třetí kapitole se podařilo numerické schéma otestovat jak v 1D, tak ve 2D a prokázat funkčnost uvažovaného modelu.

### **Dosažené výsledky**

V práci se studentce povedlo dosáhnout celé řady původních výsledků, z nichž mezi nejvýznamnější patří:

1. konstrukce matematického modelu transportu a přestupu KL mezi lagrangeovským a eulerovským popisem,
2. návrh a implementace numerického schématu pro řešení matematického modelu v 1D a 2D,
3. testování vlivu různých spojitých aproximací Diracovy delta funkce na numerická řešení v 1D a 2D,



4. formulace zjednodušené úlohy perfuze v 1D a 2D a provedení celé řady numerických experimentů s cílem získat časové profily koncentrace KL, které by byly podobné skutečným profilům KL získaných při perfuzním vyšetření na magnetické rezonanci.

V Praze dne 19. října 2022

**doc. Ing. Radek Fučík, Ph.D.**



prof. Ing. Zuzana Masáková, Ph.D.

Katedra matematiky  
Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská  
České vysoké učení technické v Praze  
Trojanova 13, 120 00 Praha 2

e-mail: zuzana.masakova@fjfi.cvut.cz

Posudek školitelky na soutěžní práci

### Katarína Sudeničová: Systémy se zobecněnou Cantorovou bází

Práce je věnována nedávno zavedeným nestandardním číselným soustavám, speciálně pozičním soustavám, ve kterých je každé reálné číslo  $x$  vyjádřeno ve formě Cantorovy řady, tedy jako

$$x = \frac{x_1}{\beta_1} + \frac{x_2}{\beta_1\beta_2} + \frac{x_3}{\beta_1\beta_2\beta_3} + \dots,$$

kde cifry  $x_k \in \mathbb{N}_0$  závisí na  $x$ . V klasickém případě je bází Cantorova systém posloupnost  $(\beta_n)_{n \in \mathbb{N}}$  přirozených čísel. Cantor pomocí takových reprezentací formuloval kritérium iracionality, které umožňuje například dokázat, že  $e \notin \mathbb{Q}$ . Zobecněné systémy pak dovolují bázi složenou z libovolné posloupnosti reálných čísel  $\beta_n > 1$  takovou, že  $\lim_{n \rightarrow \infty} \prod_{i=1}^n \beta_i = +\infty$ . Pokud zvolená báze je konstantní posloupnost  $\beta_n = \beta$ , pak zobecněný Cantorův systém odpovídá rozvojem v reálné bázi, jak je v r. 1957 zavedl A. Rényi. Předkládaná práce se věnuje především vlastnostem soustav, kde bází je čistě periodická posloupnost  $(\beta_1, \dots, \beta_p)$ , tzv. alternující báze.

V úvodní kapitole studentka shrnuje potřebné pojmy z teorie čísel a kombinatoriky na slovech a uvádí přehled známých výsledků o Rényiových soustavách s reálnou bází. Aritmetické vlastnosti těchto soustav závisí na tvaru lexikograficky největší nekonečné reprezentaci jedničky. Studentka uvádí výsledek W. Parryho z roku 1960 ohledně existence a jednoznačnosti báze, v níž má jednička předem zadanou nekonečnou reprezentaci. Dále je předvedena Schmidtova věta z roku 1980, která ukazuje význam Pisotových čísel pro aritmetiku soustav.

Následuje kapitola 2, ve které jsou definovány Cantorovy systémy. Studentka uvádí krátkou rešerši výsledků o případě celočíselné báze a podrobněji se věnuje zobecněným Cantorovým bázím podle nového článku Charlier a Cisternino z r. 2021. Odvozuje tvar lexikograficky největší reprezentace jedničky pro jistou třídu soustav, ve kterých všechny členy báze leží ve stejném kvadratickém tělese.

Kapitola 3 se věnuje zobecnění Parryho výsledku pro alternující báze. Tato otázka je pro  $p > 1$  daleko komplikovanější než v soustavách s jednou reálnou bází. V práci je předveden první krok k jejímu řešení. Za hlavní výsledek této práce pak považuji analogii Schmidtova teorému pro alternující báze, již je věnována celá čtvrtá kapitola. Důkaz tohoto výsledku má algebraický charakter a používá partie z teorie matic i algebraické teorie čísel.

Předložená práce je výstupem ročníkového „výzkumného úkolu“, který na FJFI bývá předstupněm a přípravou na diplomovou práci. Při řešení zadaných úloh studentka postupovala se zaujetím a velmi pečlivě. Výsledkem je přehledný srozumitelný text, který čtenáře dostatečně uvádí do studované problematiky a obsahuje korektní formulace a důkazy vlastních závěrů. Je výborným základem pro další výzkum v rámci diplomové práce. Studentku rozhodně doporučuji k ocenění.

V Praze dne 20. října 2022

prof. Ing. Zuzana Masáková, Ph.D., školitelka



**Posudek školitele na práci**

**studenta MI-MM Dominika Žurka**

**"Dynamika šíření signálu v excitovatelném prostředí"**

Předkládaná práce vznikla v rámci vývoje matematických modelů v biomedicínské oblasti dané spoluprací s Institutem klinické a experimentální medicíny v Praze a INRIA v Paříži. Cílem práce bylo seznámit se se současnými poznatky a trendy v elektrokardiologii vedoucími k využití reakčně-difuzních rovnic popisujících vznik a šíření elektrických signálů v prostředí srdečního svalu a osvojit si základní matematické postupy pro analýzu a numerické řešení takových matematických modelů.

První část práce je věnována shrnutí vybraných poznatků o mikroskopické stavbě a funkci myokardu, vzniku a šíření elektrického signálu a jeho poruch. V další části autor uvádí podrobnosti o současné hierarchii matematických modelů v elektrofyzilogii formulovaných na základě zákonů zachování a doplněných o konstitutivní vztahy. Zjednodušený popis vyústuje do formulace počáteční úlohy pro soustavu obyčejných reakčních rovnic FitzHugh - Nagumova typu popisující excitaci prostředí a pro příslušnou reakčně-difuzní soustavu popisující excitaci a šíření signálu v prostředí myokardu. Autor rovněž komentuje model dvou oblastí a difuzi na varietách, které jsou v současné době předmětem dalšího vývoje a zkoumání odbornou veřejností.

Třetí část se zabývá matematickými metodami pro studium difuzních a reakčně-difuzních rovnic. Popisuje metody, mezi něž patří existence řešení, jednoznačnost, možnosti analytického řešení, princip maxima a invariantní regiony. Kapitola zahrnuje formulaci slabého řešení a postup vedoucí k důkazu jeho existence a jednoznačnosti. Autor též formuluje transportní úlohu na křivkách a připravuje se tak na řešení úloh excitovatelného prostředí na varietách.

Další část práce je věnována numerickému řešení zkoumaných modelů pomocí přímočaré časové diskretizace Eulerovým schématem. Autor se seznámil s použitím této jednoduché metody, vyjasnil možnosti měření chyb aproximace a intenzivně je využil pro studii chování řešení rovnice lineární difuze. Tyto metody použil při osvojení vlastností rovnice Allenovy - Cahnovy, kterou lze chápat jako prototyp difuzní rovnice s kubickou nelinearitou. Na základě těchto zkušeností se autor podrobně venoval FitzHugh-Nagumovu systému se soustředěnými a distribuovanými parametry v 1 dimenzi v závislosti na vybraných parametrech biofyzikálních a numerických. Podařilo se mu reprodukovat typické chování modelu včetně šířícího se pulzu.

Na daném tématice pracoval student do značné míry samostatně, aktivně využil doporučené literatury, dalších informačních zdrojů a vlastních zkušeností získaných v průběhu studia. Kromě pečlivě sestaveného úvodu do problematiky v práci dosáhl zajímavých a hodnotných vlastních výsledků v přehledné parametrické studii chování řešení FitzHugh-Nagumova systému.

Práci považuji za cenný příspěvek ke znalostem dané problematiky a plně ji doporučuji do Rektorysovy soutěže.



Michal Beneš  
(katedra matematiky)

V Praze dne 31. října 2022

**Nesoutěžní příspěvky**



# Homogenization of the transport equation describing convection-diffusion processes in a material with fine periodic structure

Ing. Michal Beneš, Ph.D.<sup>1</sup>, David Šilhánek<sup>2</sup>

<sup>1</sup>(Supervisor) Department of Mathematics Faculty of Civil Engineering, CTU in Prague, Michal.Benes@cvut.cz

<sup>2</sup>(Student) Faculty of Civil Engineering, CTU in Prague, david.silhanek@fsv.cvut.cz

**Abstract:** In the present contribution we discuss mathematical homogenization and numerical solution of the elliptic problem describing convection-diffusion processes in a material with fine periodic structure. Transport processes such as heat conduction or transport of contaminants through porous media are typically associated with convection-diffusion equations (1). It is well known that the application of the classical Galerkin finite element method is inappropriate in this case since the discrete solution is usually globally affected by spurious oscillations.

Therefore, great care should be taken in developing stable numerical formulations. We describe a variational principle for the convection-diffusion problem with rapidly oscillating coefficients and formulate the corresponding homogenization theorems. Further, based on the variational principle, we derive a stable numerical scheme for the corresponding homogenized problem. The performance of the proposed method is illustrated on solved numerical example.

$$(1) \quad -\left(k(x) \cdot u'(x)\right)' + v(x) \cdot u'(x) = f(x)$$

## Acknowledgement .

This project was supported by SGS, project number SGS22/001/OHK1/1T/11.

## Bibliography:

- [1] Nakshatrala, KB and Valocchi, Albert J. *Variational structure of the optimal artificial diffusion method for the advection–diffusion equation*. International Journal of Computational Methods, 2010
- [2] U. Hornung *Homogenization and porous media*, volume 6. Springer Science & Business Media, 1996.
- [3] Rektorys, K.: *Variational Methods in Mathematics, Science and Engineering*, Springer Dordrecht, 1977.











Editor	Stanislav Olivík
Název díla	Sborník abstraktů Studentské konference a Rektorysovy soutěže
Vydalo	České vysoké učení technické v Praze
Zpracovala	Fakulta stavební
Kontaktní adresa	Katedra matematiky, Fakulta stavební, ČVUT v Praze, Thákurova 7, Praha 6
Tel.	+420 22435 4390
Počet stran	38
Vydání	1.

Neprodejné.

Praha 2022