
Měření tvaru ploch

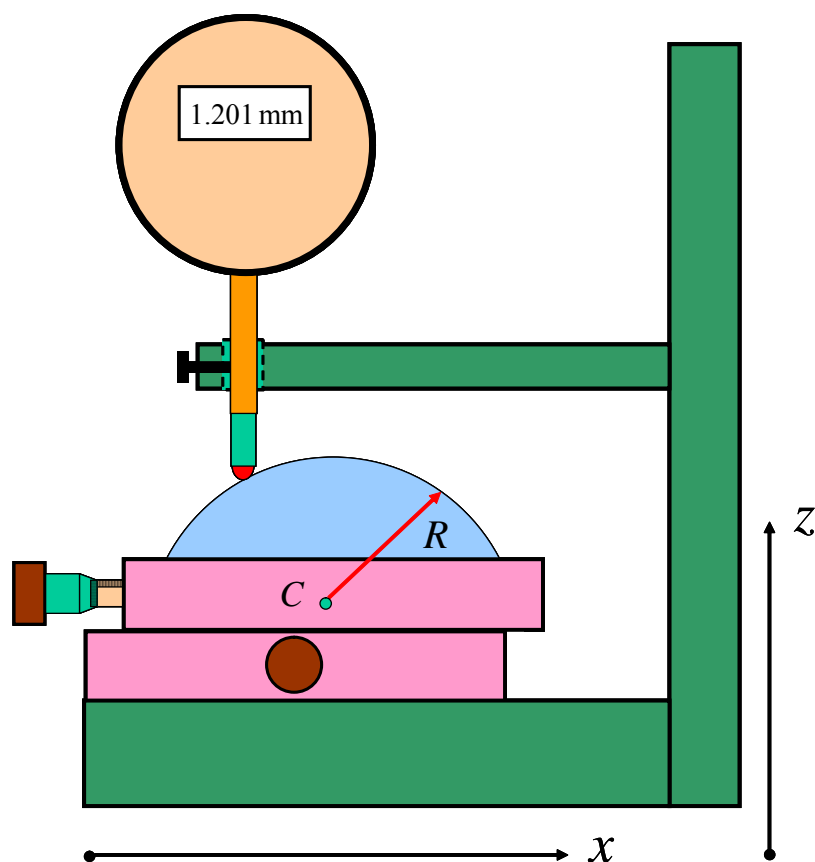
Úkoly :

- 1. Změřte tvar plochy pomocí souřadnicového měřicího zařízení**
- 2. Proved'te rekonstrukci tvaru plochy na počítači**
- 3. Určete poloměr sférické plochy pomocí sférometru**

Postup :

1. Měření tvaru plochy pomocí souřadnicového měřicího zařízení

Souřadnicové měřicí zařízení se skládá z křížového mikrometrického stolku a číslcového úchylkoměru posuvného ve svislém směru – tím je zajištěno měření polohy ve třech navzájem kolmých osách x, y, z .



Umístěte měřenou plochu na křížový stolek a zafixujte její polohu pomocí upevňovacích magnetů. Provedte měření souřadnic bodů plochy. Měření provádějte na rovnoměrně rozdělené síti bodů v rovině xy křížového stolku. Dělení ve směru os volte po 5 mm (rozsah pohybu křížového stolku je 25 mm, tzn. získáte souřadnice 36 bodů plochy). Naměřené hodnoty zapisujte na tabulky.

Hodnoty odečtené na digitálním číslicovém úchylkoměru zapisujte do souboru MS Excel - budete s nimi dále pracovat na počítači.

Obdobným způsobem proveďte měření a zpracujte výsledky pro všechny zadané plochy.

2. Počítačové zpracování a vyhodnocení měření

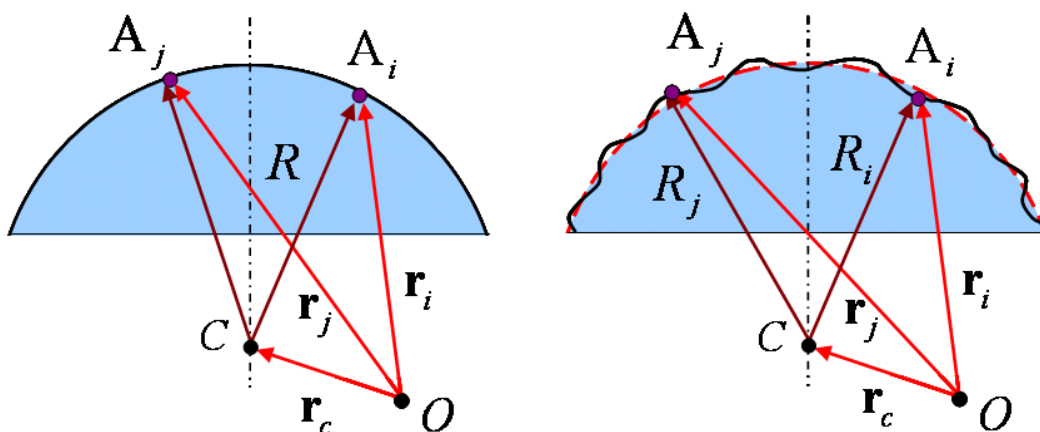
Provedte analýzu naměřených dat. Metodou nejmenších čtverců proložte sférickou naměřenými daty a zjistěte poloměr této sférické plochy.

Sférická plocha – aproximace měřených dat

Uvažujme situaci znázorněnou na následujícím obrázku. Necht' O je počátek souřadné soustavy, C střed koule, R poloměr koule a A_i libovolný bod na povrchu koule. Rovnici koule můžeme psát ve vektorovém tvaru jako

$$(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_c)(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_c)^T = R^2,$$

kde \mathbf{r}_i je polohový vektor bodu $A_i(x,y,z)$ ležícího na povrchu koule a \mathbf{r}_c je polohový vektor středu koule $C(x_c, y_c, z_c)$.



Měřením s pomocí souřadnicového měřicího zařízení získáme souřadnice M bodů (x_i, y_i, z_i) na povrchu koule. Napíšeme-li si předcházející rovnici koule pro dva různé body A_i a A_j na povrchu koule, tj.

$$(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_c)(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_c)^T = R^2, \quad (\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_c)(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_c)^T = R^2,$$

potom jejich vzájemným odečtením dostaneme

$$(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)\mathbf{r}_c^T = \frac{1}{2}(\mathbf{r}_i\mathbf{r}_i^T - \mathbf{r}_j\mathbf{r}_j^T), \quad i \neq j.$$

Napišeme-li si nyní předchozí rovnici pro $i = 1$ a $j = 2, 3, \dots, M$, potom získáme soustavu lineárních rovnic

$$\mathbf{A}\mathbf{r}_c^T = \mathbf{b}^T,$$

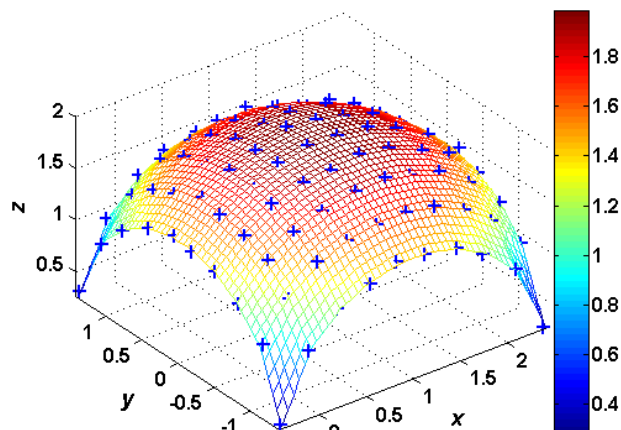
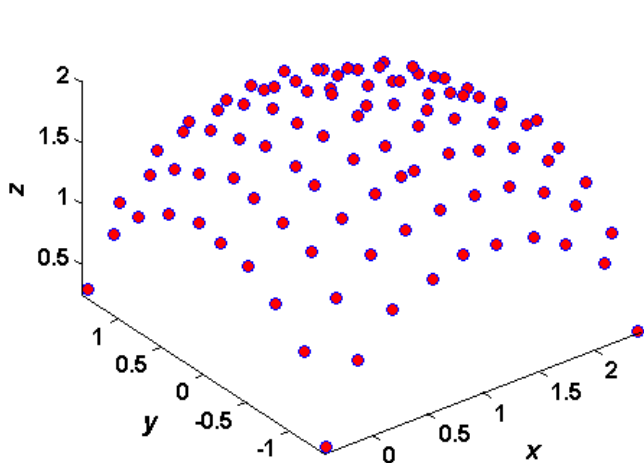
kde jsme označili

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} x_1 - x_2 & y_1 - y_2 & z_1 - z_2 \\ x_1 - x_3 & y_1 - y_3 & z_1 - z_3 \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b}^T = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} r_1^2 - r_2^2 \\ r_1^2 - r_3^2 \\ r_1^2 - r_4^2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{r}_c^T = \begin{pmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \end{pmatrix},$$

$$r_k^2 = x_k^2 + y_k^2 + z_k^2, \quad k = 1, 2, \dots, M.$$

Řešením této soustavy rovnic metodou nejmenších čtverců vypočteme souřadnice (x_c, y_c, z_c) středu C koule. Poloměr R koule poté určíme jako průměrnou hodnotu vzdáleností jednotlivých měřených bodů na povrchu koule od jejího středu, tj.

$$R = \frac{\sum_{i=1}^M R_i}{M}, \quad R_i = \sqrt{(x_i - x_c)^2 + (y_i - y_c)^2 + (z_i - z_c)^2}.$$

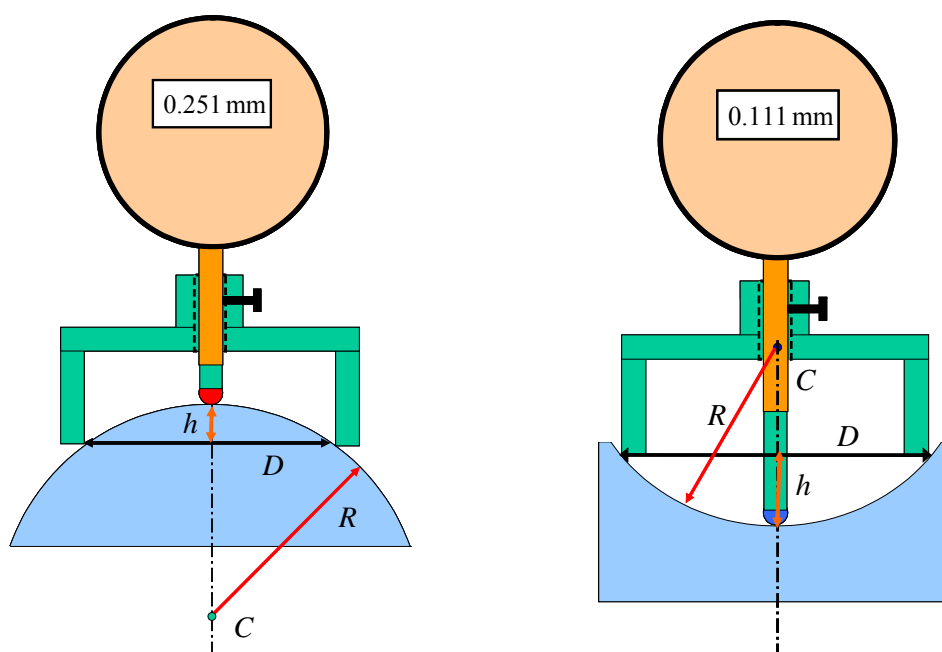


3. Měření poloměru sférické plochy pomocí sférometru

Prostudujte si návod ke sférometru a poté proveďte měření zadaných vzorků sférických ploch. Použijte všechny průměry sond sférometru, které jsou pro měření dané plochy vhodné a proveďte výpočet poloměru sférické plochy. Poloměr sférické plochy je dán vztahem:

$$R = \frac{(D/2)^2 + h^2}{2h}$$

kde h – je výška kulového vrchlíku (odečteme z číslicového úchylkoměru) a D je průměr sondy sférometru.



Pozor na hodnotu D – u jednotlivých sond jsou uvedeny vždy dvě hodnoty a to vnitřní a vnější průměr prstence sondy. Při měření sférické plochy vypuklé (konvexní) se uplatní vnitřní průměr a naopak při měření sférické plochy vyduté (konkávní) se uplatní vnější průměr sondy. Naměřené hodnoty zpracujte statisticky – spočítejte aritmetický průměr a proveďte výpočet 95% chyby měření poloměru sférické plochy. Výsledky porovnejte s hodnotami získanými z předchozí metody.

Pomůcky : sférometr, souřadnicové měřicí zařízení (digitální číslicový úchylkoměr, křížový stůlek se stojanem, držák na číslicový úchylkoměr), měřené vzorky ploch, magnety pro upevnění vzorků, počítač, disketa

Kroky postupu:

1. Proved'te měření zadaných sférických a válcových ploch pomocí souřadnicového měřicího zařízení. Měření provádějte na rovnoměrné síti bodů v rovině křížového stolku. Dělení volte po 5 mm. Získané hodnoty souřadnice z zapisujte do připravené tabulky v MS Excel.

Ukázka vyplněné tabulky:

	0	5	10	15	20	25
0	10	9,9375	9,7498	9,4367	8,9975	8,4313
5	9,9375	9,875	9,6873	9,374	8,9347	8,3683
10	9,7498	9,6873	9,4994	9,1858	8,7461	8,1792
15	9,4367	9,374	9,1858	8,8718	8,4313	7,8636
20	8,9975	8,9347	8,7461	8,4313	7,9899	7,4209
25	8,4313	8,3683	8,1792	7,8636	7,4209	6,8502

Data uložená v souboru MS Excel budou sloužit pro počítačové zpracování měření.

2. Proved'te analýzu naměřených dat. Vypočtete poloměr měřené plochy a měřením zpracujte graficky, nejjednodušeji v systému Matlab. Výstupy z počítače si uložte na disketu a použijte při zpracování protokolu z měření.
3. Proved'te měření poloměru křivosti zadaných sférických ploch pomocí sférometru. Měřte pomocí všech vhodných sond, každou plochu změřte 10krát a vypočtete hodnotu poloměru ze vztahu

$$R = \frac{(D/2)^2 + h^2}{2h}$$

Získané výsledky zpracujte statisticky tj. určete průměrnou hodnotu poloměru a proved'te výpočet 95% chyby měření.